Matice, která je základní a redukovaná, se nazývá *kanonická*.
Zásadní důležitost kanonických matic vyplývá z následující věty.

Věta (O stavovém prostoru kódu)

Dimenze stavového prostoru $\Sigma_\mathcal{C}$ je rovna vnějšímu stupni libovolné kanonické matice.

$\sum \nu_i$

Nechť $\mathbf{G} = (\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \ldots, \mathbf{g}_b)$ je kanonická matice $\mathcal{C}$. Ukážeme, že

$$\mathbf{b}_{i,j} = D^{-j}\mathbf{g}_i, \quad i = 1, 2, \ldots, b, \quad j = 1, 2, \ldots, \nu_i$$

$$|B| = \nu = \sum_{1}^{b} \nu_i$$

je báze $\mathcal{C}$.

$\Sigma_\mathcal{C}$

$$g_i = (1+D,\ 1+D+D^2,\ 1+D^3)$$

$$b_{i,1} = (D^{-1}+1,\ D^{-1}+1+D,\ D^{-1}+D^2)$$

$$b_{i,2} = (D^{-2}+D^{-1},\ D^{-2}+D^{-1}+1,\ D^{-2}+D)$$

$$b_{i,3} = (D^{-3}+D^{-2},\ D^{-3}+D^{-2}+D^{-1},\ D^{-3}+1$$

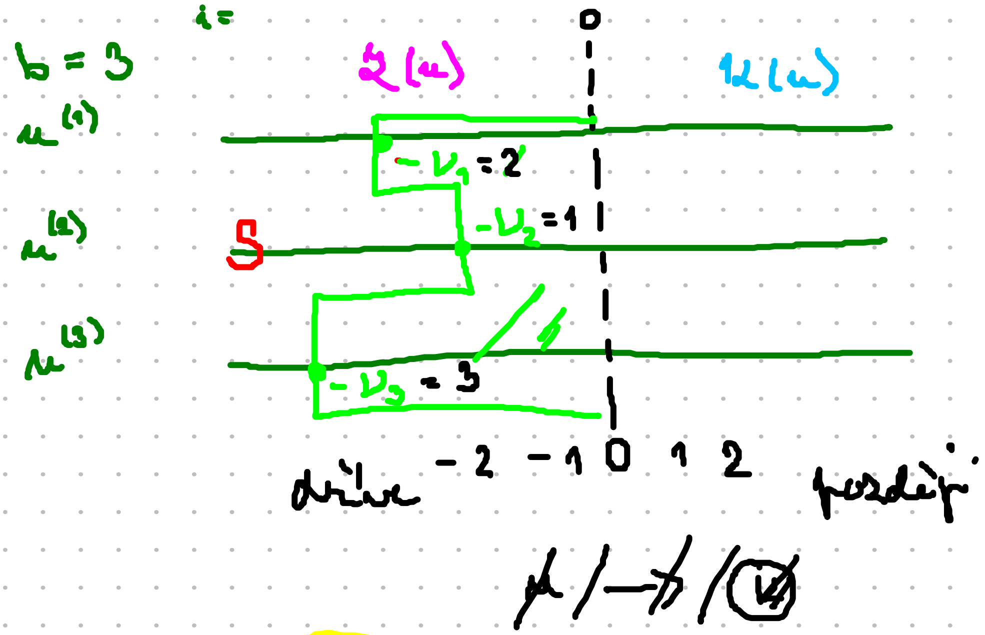
Zvolme libovolný prvek kódu a napišme ho ve tvaru $\mathbf{uG}$. Rozložme $\mathcal{Z}(\mathbf{u}) = \mathbf{s} + \mathbf{t}$ tak, aby platilo

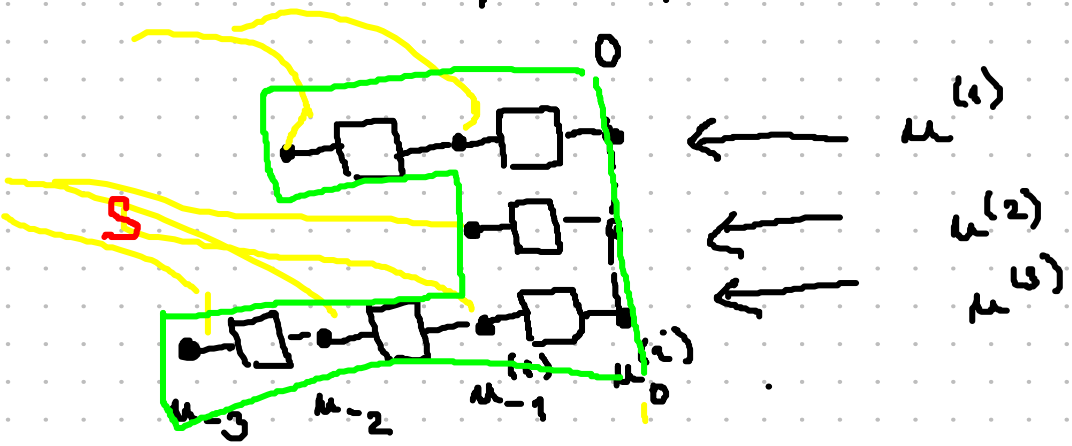
$$\deg \mathbf{s}^{(i)} < -\nu_i, \qquad 0 > \operatorname{del} \mathbf{t}^{(i)} \geq -\nu_i\,.$$

Jinak řečeno, $\mathcal{Z}(\mathbf{u})$ je rozděleno na složku $\mathbf{t}$, která v čase nula ještě ovlivňuje stav kódovače $\mathbf{G}$ v přímé formě, a na „již zapomenutou složku“ $\mathbf{s}$, pro kterou je $\mathcal{K}(\mathbf{sG}) = \mathbf{0}$.

Máme tedy

$$\mathcal{K}(\mathbf{uG}) = \mathcal{K}((\mathbf{s}+\mathbf{t}+\mathcal{K}(\mathbf{u}))\mathbf{G}) = \underbrace{\mathcal{K}(\mathbf{sG})}_{=0} + \mathcal{K}(\mathbf{tG}) + \overset{(\mathcal{K}u)\cdot G}{\underbrace{\mathcal{K}(\mathcal{K}(u)\mathbf{G})}_{K}}.$$





t : stav v čase 0

Generování:

$$tG = \sum_{i=1}^{b} \sum_{j=1}^{\nu_i} u_{-j}^{(i)} b_{i,j} .$$

$v \in C$

$[uG] = [tG]$

$(t^{(1)}, \dots, t^{(b)}) \cdot G =$

$= \sum t^{(i)}_{\dots} g_i \quad D^{-j} g_i$

$t^{(i)}_{\nu_i} D^{-\nu_i} \dots t^{(i)}_{1} D^{-1} \quad b_{ij}$

Lineární nezávislost:

$I(v) \in \mathcal{E}$

$K(v) \in \mathcal{E}$

0

$$[0] \qquad D^{-j} g_i$$

$$\sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{\nu_i} u_{-j}^{(i)} \boxed{b_{i,j}} \in \mathcal{C}^*. = uG$$

$$\mathbf{u} = \left(\mathbf{u}^{(1)},\dots,\mathbf{u}^{(b)}\right)$$

$$\boxed{\mathbf{u}^{(i)} = \sum_{j=1}^{\nu_i} u_{-j}^{(i)} D^{-j}\,,} \qquad uG$$

$$\underbrace{\mathcal{K}(\mathbf{uG})}_{\in \mathcal{E}} = \underbrace{\mathbf{wG}}_{\in \mathcal{E}}.$$

G ZÁKLADNÍ : G'

$$\underbrace{w\,G}_{\text{pol}}\,\underbrace{G'}_{\text{pol}} = w \in \mathbb{F}[D]$$

G REDUKOVANÁ: uG

$$u^{(i)}: \quad \underline{D}^{-v_i} + \dots + \cdot \qquad \overbrace{\qquad\qquad}^{g_i} D^{v_i}$$

$$u^{(i')}: \boxed{D}^{-v_{i'}} \; D \qquad D^{v_i}$$

očividně stupeň $uG \geq 0$

$$uG = \dots\dots - \underset{0}{\bullet} - - -$$

∇

$$\mathrm{lc}(uG) \neq 0 = \underline{w}\,G \quad \Rightarrow \quad w \neq 0$$

$$\deg(u - w) \geq 0 \qquad \mathrm{lc}\left(\boxed{(u-w)}\,G\right) =$$

u — … w …

$= \mathrm{lc}(u)$ $= \mathrm{lc}(w)$

$$= \mathrm{lc}(uG) - \mathrm{lc}(wG) = 0$$

↯ SPOR

$$\deg \mathcal{C} := \dim \Sigma_{\mathcal{C}}$$

$\mathcal{C}$

G

Věta

Pro polynomiální matici $\mathbf{G}$ *generující kód* $\mathcal{C}$ *platí* $\operatorname{extdeg} \mathbf{G} = \deg \mathcal{C}$*, právě když je* $\mathbf{G}$ *kanonická (tj. základní a redukovaná).*

$$\operatorname{extdeg} \mathbf{G}_1 = \operatorname{intdeg} \mathbf{G}_1 \overset{(a)}{\le} \operatorname{intdeg} \mathbf{G} \overset{(b)}{\le} \operatorname{extdeg} \mathbf{G}.$$

deg

$\Rightarrow$ G_1 nějaká kanonická pro $\mathcal{C}$

∃? kan.?

ZÁKLADNÍ : min intdeg mezi bázemi

REDUKUJEME