8. cvičení z PSt — 30.11. a 3.12.2020

Bodové odhady

1. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim U(0, \vartheta)$.
- (a) Navrhněte bodový odhad ϑ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad ϑ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.
- (d) Pro každý z nich spočtěte střední kvadratickou odchylku (MSE).
- (e) Který odhad je lepší? Napadá vás nějaký ještě lepší?

2. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim Exp(\lambda)$. Označme $\vartheta = 1/\lambda$.
- (a) Navrhněte bodový odhad ϑ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad ϑ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.
- (d) Spočtěte střední kvadratickou odchylku (MSE).

3. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim Geom(p)$.
- (a) Navrhněte bodový odhad p momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad p metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.

4. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim Exp(\lambda)$. Zajímá nás pravděpodobnost p, že $X > 1$ pro $X \sim Exp(\lambda)$. (Připomeňme, že $p = e^{-\lambda \cdot 1}$.)
- (a) Navrhněte bodový odhad p (libovolnou metodou), případně několik odhadů.
- (b) Prozkoumejte jeho vlastnosti.

5. Nechť $X \sim Exp(\lambda)$ popisuje dráhu, kterou uletí radioaktivní částice, nechť se rozpadne. Náš přístroj jeji rozpad (a polohu rozpadu, tj. hodnotu X) zachytí, ale jen pokud $1 \le X \le 2$. Formálně, budeme zkoumat náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim F_{X|B}$ pro jev $B = 1 \le X \le 2$.
- (a) Navrhněte bodový odhad λ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad λ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Pro každý z nich zjistěte, zda je nestranný a konzistentní.

K procvičení

6. Máme náhodný výběr $X_1, \dots, X_n \sim Pois(\lambda)$.
- (a) Navrhněte bodový odhad λ momentovou metodou.
- (b) Navrhněte bodový odhad λ metodou maximální věrohodnosti.
- (c) Spočtěte střední kvadratickou odchylku (MSE).