Polynomiální matice **G** se nazývá *základní*, pokud splňuje ekvivalentní podmínky následující věty.

Věta

Nechť je **G** *polynomiální matice* $b \times c$. *Následující podmínky jsou ekvivalentní:*

1. **G** *má nejmenší vnitřní stupeň ze všech polynomiálních matic s ní ekvivalentních.* → max deg subdet. $b \times b$
2. *Smithova normální forma* **G** *je* $(\mathbf{I}_b \mid \mathbf{0})$.
3. *Subdeterminanty matice* **G** *řádu* b *jsou nesoudělné.*
4. *Matice* $\mathbf{G}(\alpha)$ *má hodnost* b *pro každé* α *z algebraického uzávěru* $\mathbb{F}$.
5. *Matici* **G** *lze doplnit* $c - b$ *řádky na unimodulární.*
6. **G** *má polynomiální pravý inverz.*
7. *Je-li* $\mathbf{uG}$ *polynomiální, pak je polynomiální také* $\mathbf{u}$.

(!)

B_2

B_1

$$\underline{A} \quad (\;\; | \;\;) \quad B$$

$$G = (Id)(Id \mid 0)\begin{pmatrix} G \\ B_2 \end{pmatrix}$$

$$= A'(Id \mid 0)\, B'$$

$$\boxed{G} = A \cdot C \cdot \boxed{B_1}$$

$$\underbrace{M}_{} = A \cdot C \cdot \underbrace{M_1}_{}$$

$$|M| = \underbrace{|A|}_{1} \cdot \underbrace{|C|}_{} \cdot |M_1|$$

$$\underline{\deg = 0} + \underline{\deg} + \deg |M_1|$$

$$\underline{\text{infdeg}\, G} = \underline{\text{infdeg}\, B_1} + 0 + \left(\sum \deg f_i\right)$$

$$\cancel{T\ H = G} \qquad \cancel{T \cdot H \cdot G' = Id}$$

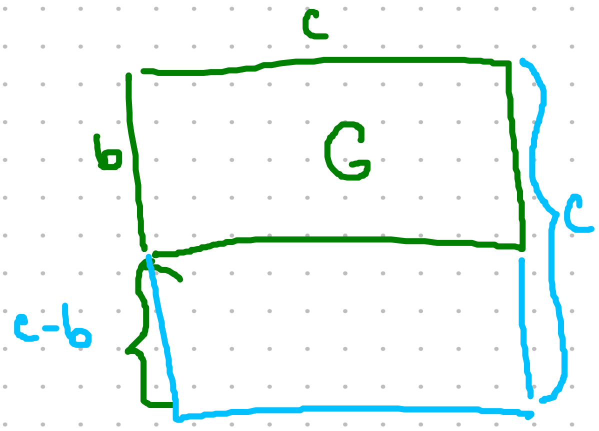
~~matice přechodu~~

$$\underline{H = TG}$$

$$\text{infdeg}\, H = \deg |T| + \text{infdeg}\, G$$

$$HG' = \underbrace{T}_{\text{poly}} \underbrace{(GG')}_{Id}$$

$$\text{infdeg}\, H \geq \text{infdeg}\, G$$



unimodulární : det $\in \mathbb{F}$

$$\begin{pmatrix} p_1 & & \\ & \ddots & \\ & & p_n \end{pmatrix}$$

$p_i \mid p_{in}$

$$p = p_0 + p_1 D + \dots + p_m D^m = (\alpha_1 - D)(\alpha_2 - D) \cdot \ldots \cdot (\alpha_m - D) \quad \Big| \quad g = (\beta_1 - D)(\beta_2 - D) \ldots (\beta_n - D)$$

$\Updownarrow$ pol. p a g nesoud. $\iff$ nemají společný kořen

$$G = A \cdot \overbrace{\left(C \mid 0 \right)}^{\Gamma} B$$

UNIMOD. EKVIV. G

$$G = \boxed{A} \left(\begin{matrix} \ddots \end{matrix} \;\middle|\; 0 \right) \begin{array}{c} \begin{pmatrix} B_1 \\ \hdashline B_2 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \}\, b \\ \}\, c-b \end{array}$$

$$G = A \cdot C \cdot B_1 \underset{C = Id_b}{=} A B_1$$

$$B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} A^{-1} & \\ & Id \end{pmatrix}$$

$$\overbrace{\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & \ddots \end{pmatrix}}\cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ \hdashline B \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ \hline B_2 \end{pmatrix}$$