

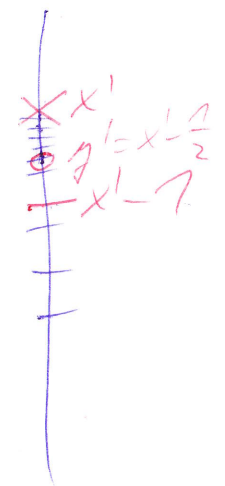
Věta 1.2 (Archimédova vlastnost) Ke každému  $x \in \mathbb{R}$  existuje  $n \in \mathbb{N}$  tak, že  $x < n$ . 2-5  
oprava

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} : x < n$$

Důk: Sporem

$\exists x \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N} \quad x \geq n$   
 Tedy  $\mathbb{N}$  je omezená podmnožina  $\mathbb{R}$ .  
 $x' = \sup \mathbb{N}$ . Tedy  $\forall n \in \mathbb{N} \quad n \leq x'$   
 Pak také  $\forall n \in \mathbb{N} \quad n+1 \leq x'$

Tedy existuje  $x' \in \mathbb{R}$   
 $n \leq x'$   
 $n+1 \leq x'$   
 $n \leq x' - 1$



Tože je spor s tím, že  $x'$  je nejmenší horní závora.  
 Vybereme  $y = x' - \frac{1}{2}$ , pak  $y < x'$ , tedy  
 z druhé vlastnosti vyplývá  $\exists n \in \mathbb{N} \quad x' - \frac{1}{2} < n$



(ii)  $\forall y \in \mathbb{R}, y < 0$   
 $\exists x \in \mathbb{N} : y < x$