

Resen' uholu 3

$$1) f_1(z) = \frac{z^4 - \frac{z^3}{6} + \frac{z^5}{120} - \dots}{z^2} =$$

$$= \frac{1}{z} - \frac{z}{6} + \frac{z^3}{120} \dots \rightarrow \text{1 mástný pól}$$

$f_2(z)$ lze oprávněně dodefinovat bodem z^2 v $z=2$, bod 2 je tedy odhazitelnou singularitou

$$f_3(z) = \cos\left(\frac{1}{z}\right), \text{ platí: } \cos\left(\frac{1}{\frac{1}{\frac{\pi}{2} + 2\pi}}\right) = 0 \xrightarrow{z \rightarrow +\infty} 0$$

$$\cos\left(\frac{1}{\frac{1}{2\pi}}\right) = 1 \xrightarrow{z \rightarrow +\infty} 1 \Rightarrow f_3 \text{ nemá v } z=0 \text{ limitu}$$

$\Rightarrow 0$ je počítatelnou singularitou pro f_3

2) Hned je vidět, že $\text{res}_0 f_1 = 1$ a Zaneubova rovnice

$\text{res}_2 f_2 = 0$, platí pro odhazitelnou singularitu

$$\cos\left(\frac{1}{z}\right) = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{\left(\frac{1}{z}\right)^{2k}}{(2k)!} \dots \text{ v okolí se nezobchází}$$

$$\text{tedy } \frac{1}{z} \Rightarrow \text{res}_0 f_3 = 0.$$

3) π je měrnou hodnotou a bodem orientace, pro f_2 a f_3 mají rovnice
je jedinou izolovanou singularitou $\neq 0$ - Podle rezidurní věty

$$\int_{\gamma} f_1 = 2\pi i \text{res}_0 f_1 = 2\pi i, \text{res}_{\pi} f_2 = 2\pi i \text{res}_0 f_3 = 0.$$

$$\text{Podle } \int_{\gamma} f_2 = 2\pi i \text{res}_2 f_2 = 0.$$