Úplná soustava Maxwellových rovnic

1 $$\operatorname{div} \boldsymbol{D} = \rho,$$

2 $$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t},$$

3 $$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t},$$

4 $$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0.$$

- Rovnice **1, 2** - *první* série Maxwellových rovnic
- Udávají vzájemný vztah mezi vektory el.-mg. pole, objemovou hustotou volných nábojů ρ a hustotou volných proudů j .

- Rovnice **3, 4** - *druhá* série Maxwellových rovnic.
- Vyznačují obecně platné vlastnosti vektoru intenzity elektrického pole ***E*** a magnetické indukce ***B*** .
- Pro vektory ***D*** a ***H*** takovéto obecné vlastnosti formulovat nelze!!!

Potenciály elektromagnetického pole

- Obecné elektromagnetické pole není potenciální.
- Vektorové pole ***B*** (které je svázáno s elektrickým polem ***E***) je solenoidální.
- Můžeme tedy zavést vektorový potenciál ***A*** vztahem $\boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}$.
- Vektorový potenciál je nestacionární vektorové pole ***A***(***r*** , *t*).

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot}\left(\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}\right) = \boldsymbol{0}$$

- I když elektrické pole ***E*** není potenciální, ukazuje se být potenciálním pole ($\boldsymbol{E} + \partial \boldsymbol{A}/\partial t$).
- Můžeme zavést nestacionární skalární potenciál φ(***r***, *t*):

$$\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad}\varphi$$

- 2. série M. r. je pro dané potenciály ***A***(***r*** , *t*), φ(***r***, *t*) splněna automaticky.
- Stačí vyřešit 1. sérii s dosazenými potenciály.

Potenciály elektromagnetického pole

- Dosazení do 1. série: $\operatorname{div} \boldsymbol{D} = \rho, \qquad \operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$
- pp., že mezi vektory ***D*** a ***E***, ***B*** a ***H*** platí lineární materiálové vztahy.

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}\ , \qquad \boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$$

$$\operatorname{div}\left(\operatorname{grad}\varphi + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon}\ ,$$

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{A} = \mu\,\boldsymbol{j} - \varepsilon\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\operatorname{grad}\,\varphi + \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t}\right)$$

- upravíme pomocí vzorců vektorové analýzy: ****

$$\Delta\,\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} - \frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\boldsymbol{A},$$

$$\Delta\boldsymbol{A} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2 \boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu\,\boldsymbol{j} + \operatorname{grad}\left(\operatorname{div}\boldsymbol{A} + \varepsilon\mu\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right).$$

Potenciály elektromagnetického pole

- Lorentzova kalibrační podmínka: $$\boxed{\operatorname{div} \boldsymbol{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0,}$$
- Elektromagnetické potenciály nejsou určeny jednoznačně, a můžeme je proto nahradit:

$$\varphi' = \varphi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t}, \qquad \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} + \operatorname{grad} \Lambda ,$$

- tzv. kalibrační transformace - nemění se měřitelné veličiny ***E*** a ***B***.

$$\boldsymbol{E}' = -\operatorname{grad} \varphi' - \frac{\partial \boldsymbol{A}'}{\partial t} = -\operatorname{grad} \varphi + \operatorname{grad}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial t}\right) - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\operatorname{grad} \Lambda\right)$$

$$= -\operatorname{grad} \varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} = \boldsymbol{E} ,$$

$$\boldsymbol{B}' = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}' = \operatorname{rot} \boldsymbol{A} + \operatorname{rot} \operatorname{grad} \Lambda = \operatorname{rot} \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} .$$

- El.-mg. pole je kalibračně invariantní.

Potenciály elektromagnetického pole

- Lorentzova kalibrační podmínka na φ' , $\boldsymbol{A'}$:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{A}' + \varepsilon\mu\frac{\partial\varphi'}{\partial t} = \operatorname{div}\boldsymbol{A} + \operatorname{div}\operatorname{grad}\Lambda + \varepsilon\mu\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\Lambda}{\partial t^2} = 0\ .$$

- Musí tedy existovat řešení nehomogenní vlnové rovnice pro Λ :

$$\Delta\Lambda - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\Lambda}{\partial t^2} = -\left(\operatorname{div}\boldsymbol{A} + \varepsilon\mu\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right).$$

- V matematické fyzice se ukazuje, že tato rovnice má dokonce nekonečně mnoho řešení, a tak je možné vždy příslušnou funkci Λ zvolit a Lorentzovu podmínku použít.
- Lorentzova podm. přejde ve stacionárním případě na div $\boldsymbol{A}$ = 0.

Potenciály elektromagnetického pole

- ****

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} - \frac{\partial}{\partial t}\operatorname{div}\boldsymbol{A},$$

$$\Delta\boldsymbol{A} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2} = -\mu\,\boldsymbol{j} + \operatorname{grad}\left(\operatorname{div}\boldsymbol{A} + \varepsilon\mu\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right).$$

- s Lorentzovou podmínkou

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta\varphi - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\varepsilon}, \\ \Delta\boldsymbol{A} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2} &= -\mu\,\boldsymbol{j}. \end{aligned}}$$

- 4 *nehomogenní vlnové rovnice* (jedna rovnice skalární a jedna vektorová).
- Metody řešení těchto rovnic jsou podrobně studovány matematickou fyzikou.

Potenciály elektromagnetického pole

- Jsou-li v nějaké oblasti prostoru hustota volných nábojů a hustota volných proudů nulové, přejde soustava rovnic na rovnice *homogenní.*

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta\varphi - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} &= 0, \\ \Delta\boldsymbol{A} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2} &= \boldsymbol{0}, \end{aligned}}$$

- Zobecnění Laplaceových rovnic na nestacionární případ.
- Popisují šíření elektromagnetických vln v prostoru.

Energie elektromagnetického pole

- Pp., že v prostoru je určitým způsobem rozložen volný elektrický náboj s objemovou hustotou $\rho(\boldsymbol{r}, t)$, jehož pohyb je popsán polem rychlostí $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}, t)$.
- Určíme energii, kterou el.-mg pole dodá tomuto náboji.
- Hustota síly ***f***, kterou el.-mg. pole působí na takto rozložený prostorový náboj (Lorentzův vzorec):

$$\boldsymbol{f} = \rho(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

- Výkon *n* dodávaný el.-mg. polem do jednotkového objemu:

$$n = \boldsymbol{f}.\boldsymbol{v} = \rho(\boldsymbol{v}.\boldsymbol{E}) + \rho\boldsymbol{v}.(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{j}.\boldsymbol{E}$$

- (druhý člen = 0)
- z 2. M. r. dosadíme za ***j***:

$$n = \boldsymbol{j}.\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}.\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} - \boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

- 3. M.r. vynásobená H:

$$\boldsymbol{H}.\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} + \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = 0$$

- Přidáme se záporným znaménkem do rce pro *n*.

Energie elektromagnetického pole

$$n = \boldsymbol{j}.\boldsymbol{E} = (\boldsymbol{E}.\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} - \boldsymbol{H}.\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E}) - \left(\boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right)$$

- Platí: $\mathrm{div}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}) = \boldsymbol{H}.\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} - \boldsymbol{E}.\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H}$

- **Takže:**

$$\boldsymbol{j}.\boldsymbol{E} = -\,\mathrm{div}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}) - \left(\boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right).$$

- levá strana - hustota výkonu el. pole
- důsledek obecných M. r. - obecná platnost pro el.-mg. pole

- Pp. prostředí, pro které platí lineární materiálové vztahy:

$$\boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \varepsilon \boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{E}.\boldsymbol{D} + \boldsymbol{H}.\boldsymbol{B})\right]$$

Energie elektromagnetického pole

$$\boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \varepsilon \boldsymbol{E}.\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu \boldsymbol{H}.\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{2}(\boldsymbol{E}.\boldsymbol{D} + \boldsymbol{H}.\boldsymbol{B})\right]$$

- Označíme: $$\boxed{w = \frac{1}{2}(\boldsymbol{E}.\boldsymbol{D} + \boldsymbol{H}.\boldsymbol{B}), \quad \boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}.}$$
- Takže: $$\boxed{\boldsymbol{j}.\boldsymbol{E} = -\operatorname{div} \boldsymbol{S} - \frac{\partial w}{\partial t}.}$$

- *w* - hustota energie el. a mg. pole
- ***S*** - *hustota toku energie* J.m^{-2}.s^{-1} - Poyntingův vektor

- v části prostoru bez volných nábojů $\Rightarrow$ *j* = 0:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{S} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0\,,$$

- Rovnice kontinuity - dif. forma zákona zachování energie (v prost. bez nábojů).

Energie elektromagnetického pole

- Pp.: platí Ohmův zákon: $$\boldsymbol{j} = \gamma\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{E}^*\right).$$
- vynásobíme *j*: $$\boldsymbol{j}.\boldsymbol{E} = \frac{j^2}{\gamma} - \boldsymbol{j}.\boldsymbol{E}^*$$
- Potom $$\boxed{\boldsymbol{j}.\boldsymbol{E} = -\operatorname{div}\boldsymbol{S} - \frac{\partial w}{\partial t}.}$$

$$\boldsymbol{E}^*.\boldsymbol{j} = \frac{j^2}{\gamma} + \frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div}\boldsymbol{S}$$

Energie elektromagnetického pole

$$\boldsymbol{E}^{*}\,.\,\boldsymbol{j} = \frac{j^2}{\gamma} + \frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div}\boldsymbol{S}$$

- Zvolme objem *V*, ohraničený uzavřenou plochou *Σ*, jíž nemohou pronikat částice.
- Objemová integrace $\Rightarrow$ energetická bilance objemu V (*Poyntingova věta*):

$$\int_V \boldsymbol{E}^{*}\,.\,\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}V = \int_V \frac{j^2}{\gamma}\mathrm{d}V + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V w\,\mathrm{d}V + \int_V \operatorname{div}\boldsymbol{S}\,\mathrm{d}V$$

$$\boxed{\int_V \boldsymbol{E}^{*}\,.\,\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}V = \int_V \frac{j^2}{\gamma}\mathrm{d}V + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V w\,\mathrm{d}V + \oint_\Sigma \boldsymbol{S}\,.\,\mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma}\,.}$$

výkon dodávaný do objemu *V* vtištěnými intenzitami $\boldsymbol{E}^{*}$

Jouleovo teplo

energie el.-mg. pole v objemu *V*

tok vektoru ***S*** plochou *Σ* = energie vytékající z *V*

Energie elektromagnetického pole

- Zákon zachování energie v objemu *V:*
- *Výkon dodaný do objemu vtištěnými intenzitami se spotřebuje jednak na Jouleovo teplo a na změnu energie elektromagnetického pole, jednak část tohoto výkonu vyteče plochou Σ ohraničující objem V.* (J. H. Poynting)
- **Experimentálně ověřeno.**

Vakuum:

- Hustota energie pole:

$$w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}\right) = \frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{E^2}{c^2} + B^2\right)$$

- Hustota toku energie:

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0}\left(\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}\right).$$

- [***S***] = $\mathrm{J.m^{-2}.s^{-1}}$

Energie elektromagnetického pole

- Pp. uzavřený objem Σ:

$$\boxed{\int_V \boldsymbol{E}^* . \boldsymbol{j} \,\mathrm{d}V = \int_V \frac{j^2}{\gamma} \mathrm{d}V + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V w \,\mathrm{d}V + \oint_\Sigma \boldsymbol{S} . \mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma} .}$$

$$\frac{\partial w_\mathrm{p}}{\partial t} = n = \boldsymbol{j} . \boldsymbol{E}$$

- Bilance výkonu, *w* hustota energie pole a w_p hustota energie částic (integrální tvar):

$$\boxed{-\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V (w + w_\mathrm{p}) \mathrm{d}V = \oint_\Sigma \boldsymbol{S} . \mathrm{d}\boldsymbol{\Sigma}}$$

- odpovídá diferenciálnímu tvaru:

$$\boxed{\boldsymbol{j} . \boldsymbol{E} = -\operatorname{div} \boldsymbol{S} - \frac{\partial w}{\partial t} .}$$

Hybnost elektromagnetického pole

- Pp.: *objemová hustota hybnosti* elektromagnetického pole $\boldsymbol{g}$, hustota hybnosti částic v jednotkovém objemu $\boldsymbol{p}$, celková hybnost v objemu V - $\boldsymbol{\Pi}$ a tok hybnosti elektromagnetického pole plochou Σ jako $\boldsymbol{\Xi}$.

$$-\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Pi}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V (\boldsymbol{g} + \boldsymbol{p})\mathrm{d}V = \boldsymbol{\Xi}$$

- Hustota toku vektorové veličiny má pak charakter tenzoru, tedy veličiny určené dvěma indexy i, k, kde hodnoty 1, 2, 3 těchto indexů odpovídají složkám ve směru os x, y, z.
- i-tá složku toku hybnosti elektromagnetického pole plochou Σ :

$$\Xi_i = \oint_\Sigma \sigma_{ik}\,\mathrm{d}\Sigma_k$$

- σ_{ik} představuje takzvaný *tenzor napětí* a v integrálu se rozumí sčítání přes index k od l do 3 (Einsteinova sumační konvence).
- Složky tenzoru napětí mají fyzikální rozměr objemové hustoty energie, který je týž jako rozměr tlaku či mechanického napětí, tj. N.m^{-2}.
- z mechaniky kontinua: síla působící na jednotku plochy - tlakovou, tahovou nebo smykovou

Hybnost elektromagnetického pole

- Plošný integrál na pravé straně lze pomocí věty tenzorového počtu analogické k větě Gaussově převést :

$$\oint_{\Sigma} \sigma_{ik} \, \mathrm{d}\Sigma_k = \int_V \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \mathrm{d}V$$

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = \frac{\partial \sigma_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{iy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{iz}}{\partial z}$$

- Výraz můžeme považovat za *i*-tou složku vektoru, který má charakter divergence tenzorové veličiny σ_{ik}

- Bilanci *i*-té složky hybnosti můžeme tedy podle (5.59) až (5.61) vyjádřit v integrálním tvaru

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_V p_i \, \mathrm{d}V = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_V g_i \, \mathrm{d}V - \int_V \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \mathrm{d}V$$

- a v diferenciálním tvaru : $$\frac{\partial p_i}{\partial t} = -\frac{\partial g_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$$

Hybnost elektromagnetického pole

- Podle Newtonova zákona síly bude pro hustotu síly ***f***

$$\boldsymbol{f} = \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} = \rho \boldsymbol{E} + \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}$$

- z Maxwellových rovnic:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{E}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} + \left(\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} - \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right) \times \boldsymbol{B}$$

- K pravé straně přičteme nulové vektory

$$\boldsymbol{H}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = \boldsymbol{0} \;, \qquad \left(\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right) \times \boldsymbol{D} = \boldsymbol{0}$$

- hustotu síly

$$\boldsymbol{f} = \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\boldsymbol{D} \times \boldsymbol{B}\right) + \left[\boldsymbol{E}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} + \boldsymbol{H}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} - \boldsymbol{D} \times \mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} - \boldsymbol{B} \times \mathrm{rot}\,\boldsymbol{H}\right]$$

- porovnáme se složkovou rovnicí: $\dfrac{\partial p_i}{\partial t} = -\dfrac{\partial g_i}{\partial t} - \dfrac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$

Hybnost elektromagnetického pole

$$\boldsymbol{f} = \frac{\partial \boldsymbol{p}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\boldsymbol{D} \times \boldsymbol{B}\right) + \left[\boldsymbol{E}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{D} + \boldsymbol{H}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} - \boldsymbol{D}\times\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} - \boldsymbol{B}\times\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H}\right]$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = -\frac{\partial g_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$$

- Rovnice si budou odpovídat při splnění dvou podmínek:

  1. Objemová hustota hybnosti el.-mg pole bude rovna:

$$\boxed{\boldsymbol{g} = \boldsymbol{D}\times\boldsymbol{B} = \varepsilon\mu\,\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}}$$

Hybnost elektromagnetického pole

- 2. výraz v hranaté závorce upravit na pravé straně na tvar $\partial\sigma_{ik}/\partial x_k$.
- *Maxwellův tenzor napětí* (δ_{ik} je Kroneckerův symbol rovný nule při $i \neq k$ a rovný jedné při $i = k$).

$$\boxed{\sigma_{ik} = \frac{1}{2}\delta_{ik}\left(\mathbf{E}.\mathbf{D} + \mathbf{H}.\mathbf{B}\right) - E_i D_k - H_i B_k = w\,\delta_{ik} - E_i D_k - H_i B_k}$$

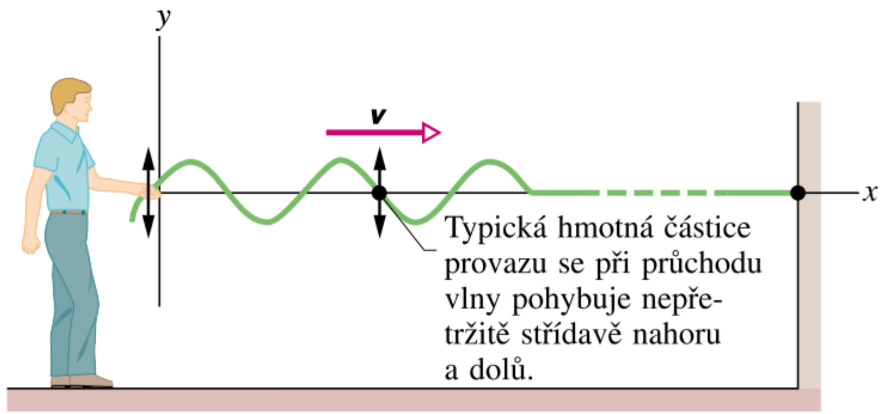
- Ve vakuu:

$$\boxed{\mathbf{g} = \varepsilon_0 \mu_0 \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{c^2}\mathbf{S}.}$$

- Hustota hybnosti souvisí tedy jednoduchým vztahem s hustotou toku energie.

- El.-mg. poli lze přiřadit obvyklé vlastnosti hmotných těles vč. např. momentu hybnosti.
- Je to tedy hmotný objekt, stejně jako látková tělesa.

Postupná vlna



- Vyslání spojité sinusové vlny podél provazu. Libovolná hmotná částice provazu (na obrázku znázorněná tečkou) kmitá ve směru kolmém ke směru šíření vlny. Vlna je tedy **příčná (transverzální)**.
- Pohyb změny tvaru provazu (v pohybu pulzu) podél provazu určitou rychlostí v.
- Pohybujeme rukou harmonicky nahoru a dolů, její pohyb je popsán funkcí sinus.

- Můžeme také sledovat pohyb pevně zvolené částice provazu, tj. sledovat její kmitání nahoru a dolů při průchodu vlny.
- Výchylka každé částice provazu je kolmá ke směru šíření vlny.
- Zde se zabýváme jen lineárně polarizovanou vlnou, jejíž výchylka má stálý směr (neorientovaný).

Postupná vlna

- Příčná výchylka určité částice struny jako funkce času t a polohy x této částice podél struny.

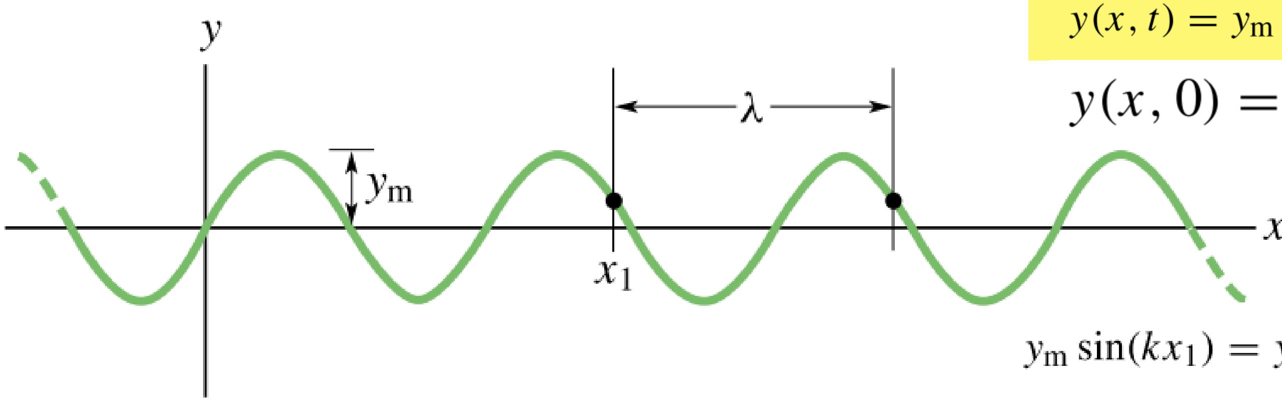
$$y(x,t) = y_{\mathrm{m}} \sin(kx - \omega t).$$

- y_m je amplituda vlny; Amplituda vlny udává velikost maximální výchylky libovolné částice struny.
- Veličina kx − ωt se nazývá fáze vlny.
- Všechny jiné tvary vln — počítaje v to i pulz — lze vytvořit sčítáním sinusových vln.

Postupná vlna

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t).$$

$$y(x, 0) = y_m \sin kx$$

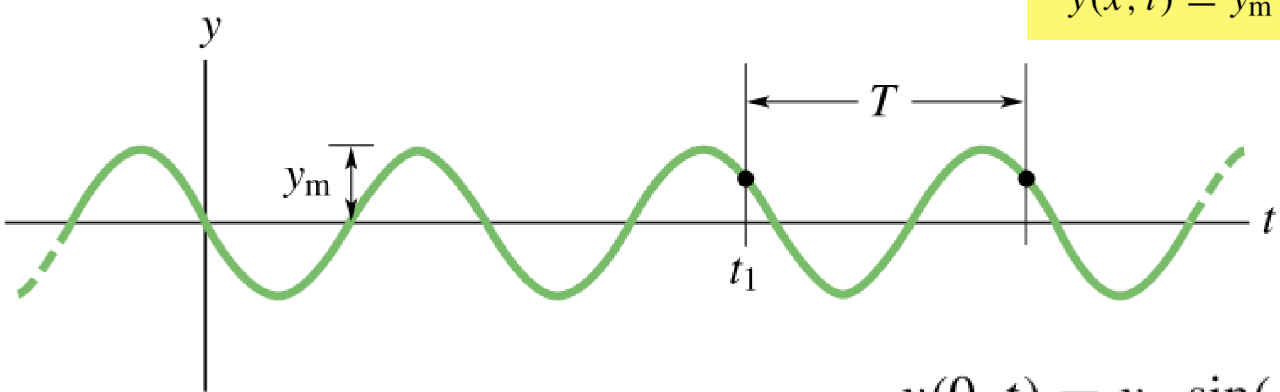


$$y_m \sin(kx_1) = y_m \sin(k(x_1 + \lambda)) =$$
$$= y_m \sin(kx_1 + k\lambda).$$

- Vlnová délka: je to podélná vzdálenost mezi dvěma nejblíže po sobě následujícími částicemi struny, v nichž se situace opakuje (stejná příčná výchylka ve stejné části křivky).
- Úhlový vlnočet: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- [k] = rad/m

Postupná vlna

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t).$$



$$y(0,t) = y_m \sin(-\omega t) = = -y_m \sin \omega t \quad (x = 0).$$

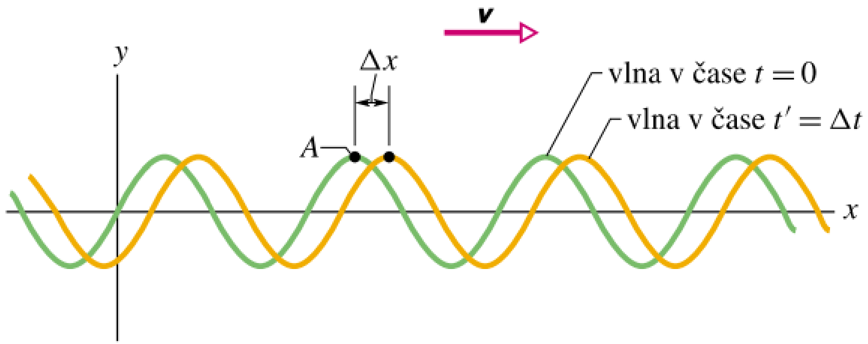
- Typická perioda T : je to doba mezi nejdříve po sobě následujícími okamžiky, ve kterých je stav částice shodný.

$$-y_m \sin \omega t_1 = -y_m \sin \omega (t_1 + T) = = -y_m \sin(\omega t_1 + \omega T).$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

- vztah úhlové frekvence ω periody T.
- Funkce má dvě nezávisle proměnné (souřadnici x a čas t).

Postupná vlna



- 2 snímky vlny v okamžicích t a t'.
- Celá křivka se posune of Δx za čas Δt.
- Při postupu vlny na obr. 17.5 si zachovává každý bod na křivce (jako například bod A) svou výchylku y. (nehovoříme nyní o „částicích vlákna“) .
- Argument sinové funkce - fáze musí být konstantní: $$kx - \omega t = \text{konst.}$$
- Po derivaci: $$k\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - \omega = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v = \frac{\omega}{k}.$$

- Fázová rychlost vlny: $$\boxed{v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f}$$

Postupná rovinná vlna

- Tato vlna popisuje takový stav neomezeného spojitého prostředí, kdy hodnota určité veličiny *f*, vyjadřující lokální vlastnosti tohoto prostředí, závisí na čase *t* a poloze ***r*** podle funkce typu

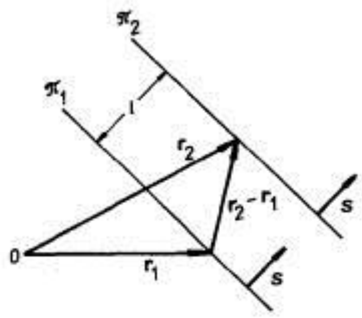
$$f(\xi) = f(\mathbf{s}.\mathbf{r} - \upsilon t)$$

- ***s*** je jednotkový vektor stálého směru a v značí reálný parametr. Z tvaru funkce vyplývá, že v daném okamžiku *t* má veličina *f* stejnou hodnotu ve všech bodech roviny *π* kolmé k vektoru ***s*** a dané rovnicí

$$\xi = \mathbf{s}.\mathbf{r} - \upsilon t = \mathrm{konst.}$$

- *Rovina konstantní fáze* (rovinnou vlnoplochou); fáze *ξ* je argument funkce *f(ξ)*. Parametr v má rozměr rychlosti a nazývá se *fázovou rychlostí vlny.*
- vzdálenost l těchto dvou rovin pro dvě různé konstantní fáze π_1 a π_2 odpovídají dvěma okamžikům t_1 a t_2.

$$l = \mathbf{s}.(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) = \upsilon(t_2 - t_1)$$



- Rovinná postupná vlna šířící se ve směru vektoru ***s*** rychlostí v