Základy teorie elektrických obvodů

- El. obvod = lib. kombinace součástek:
  zdroje el.-mot napětí
  vodiče
  rezistory
  cívky
  kondenzátory
  transformátory
  elektronky
  výbojové trubice
  polovodičové součástky - diody, tranzistory, fotoodpory

- Součástky, které mohou být trvalým zdrojem energie = aktivní prvky
- Ostatní = pasivní prvky

- Prvky se 2 svorkami = dvojpóly
- Prvky se 4 svorkami = čtyřpóly (transformátor, elektronka, tranzistor)
- Podobně - vstupní a výstupní svorka tvoří tzv. bránu - jednobran, dvojbran atd.
- Počet svorek = 2 x Počet bran

Základy teorie elektrických obvodů

- Analýza el. obvodu = při známém složení obvodu je třeba určit proudy v prvcích.
- Syntéza el. obvodu = nalezení konfigurace a parametrů prvků pro dosažení požadovaných vlastností.

- Aktivní obvod = obsahuje alespoň jeden aktivní prvek
- Opak: pasivní obvod

- Lineární obvod = složený s lineárních prvků (opak nelineární)

- Charakter časových závislosti napětí nebo proudu: stejnosměrné vs. střídavé (ev. se složitějším průběhem napětí)

- Ustálený vs. neustálený stav

- Schéma obvodu
- Každou větev lze charakterizovat jen jedním prvkem (prvky lze formálně sloučit)

Dvojpól

- Charakterizován obecně vztahem proudu a napětí, obě veličiny mohou být časově závislé.
- Charakteristická funkce:

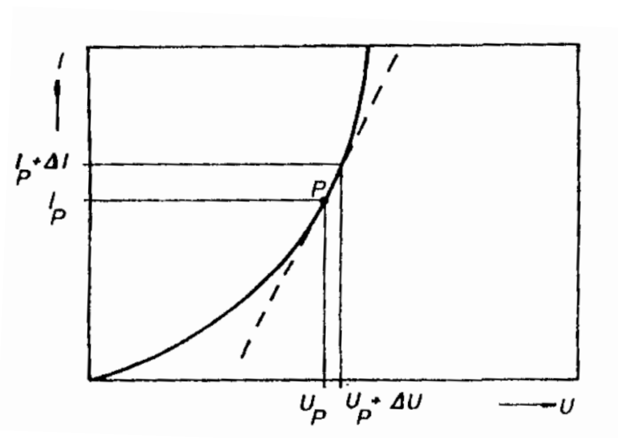
$$F\left(I, \frac{dI}{dt}, \dots, \frac{d^n I}{dt^n}, U, \frac{dU}{dt}, \dots, \frac{d^m U}{dt^m}\right) = 0$$

- Fce. *F* je lineární ve všech proměnných = lineární prvek.

- Nejjednodušší dvojpól = rezistor z vodiče, který splňuje Ohmův zákon.
  odporový dvojpól: F(I, U) = 0

$$U = f_I(I) \qquad I = f_U(U)$$

- Voltampérová charakteristika



Dvojpól

- Základní prvky:
- ideální rezistor:

$$U_R(t) = RI(t)$$

- ideální cívka:

$$U_L(t) = L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}.$$

- ideální kondenzátor:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C}$$

Komplexní symbolika pro střídavé obvody

- Harmonický průběh: $I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i)$.

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_u).$$

- Souvislost okamžitých hodnot napětí a proudu (vztahy z minulé strany):

$$U_R(t) = R I_{R,0} \cos(\omega t + \varphi_I) = U_{R,0} \cos(\omega t + \varphi_I)$$

$$I_C(t) = \omega C U_{C,0} \cos\left(\omega t + \varphi_{U_C} + \frac{\pi}{2}\right) = I_{C,0} \cos\left(\omega t + \varphi_{U_C} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$U_L(t) = \omega L I_{L,0} \cos\left(\omega t + \varphi_{I_L} + \frac{\pi}{2}\right) = U_{L,0} \cos\left(\omega t + \varphi_{I_L} + \frac{\pi}{2}\right)$$

- Vztah amplitud:

$$U_{R,0} = R I_{R,0}, \qquad U_{C,0} = \frac{I_{C,0}}{\omega C} \qquad U_{L,0} = \omega L I_{L,0}$$

Komplexní symbolika pro střídavé obvody

- Fázové konstanty:

$$\varphi_{U_C} - \varphi_{I_C} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_{U_L} - \varphi_{I_L} = \frac{\pi}{2}$$

- Impedance:

$$Z_R = R, \quad Z_L = \omega L, \quad Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

Komplexní symbolika pro střídavé obvody

- Komplexní čísla:

$$\cos(\omega t + \varphi) = \mathrm{Re}[\cos(\omega t + \varphi) + i\sin(\omega t + \varphi)] = \mathrm{Re}\left[e^{i(\omega t+\varphi)}\right]$$

- Okamžitá hodnota:

$$\widehat{U}(t) = U_0 e^{i(\omega t+\varphi_U)} = \overline{U} e^{i\omega t}$$

$$\hat{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t+\varphi_I)} = \bar{I} e^{i\omega t}$$

- Tedy:

$$U(t) = \mathrm{Re}\widehat{U}(t)$$

$$I(t) = \mathrm{Re}\hat{I}(t)$$

- **Komplexní amplituda**:

$$\overline{U}(t) = U_0 e^{i\varphi_U}$$

$$\bar{I}(t) = I_0 e^{i\varphi_I}$$

- Faktor $\exp(\mathrm{i}\omega t)$ je stejný pro proud i napětí, takže z hlediska Ohmova zákona nemá význam.

Komplexní symbolika pro střídavé obvody

- Vztahy pro komplexní amplitudy: $\bar{U}_R = R\bar{I}_R$

$$\bar{U}_L = i\omega L\bar{I}_L$$

$$\bar{U}_C = \frac{\bar{I}_C}{i\omega C}$$

- **Komplexní impedance**: $\bar{U} = \bar{Z}\bar{I}$

$$\bar{Z}_R = R$$

$$\bar{Z}_L = i\omega L$$

$$\bar{Z}_C = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C}$$

- Alternativně - **komplexní admitance**: $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}}$

$$\bar{Y}_R = \frac{1}{R}$$

$$\bar{Y}_L = \frac{1}{i\omega L} = -\frac{i}{\omega L}$$

$$\bar{Y}_C = i\omega C$$

Komplexní symbolika pro střídavé obvody

- Komplexní vyjádření Ohmova zákona: $\bar{U} = \bar{Z}\bar{I}$

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}}$$

- **I. Kirchhoffovo pravidlo:** $\sum_{k=1}^{N} \mathrm{Re}\,\hat{I}_k(t) = \mathrm{Re}\sum_{k=1}^{N} \hat{I}_k(t) = 0.$
- Protože platí v lib. čase, stejnou rovnici splňují i imaginární složky.
- Platí tedy: $\sum_{k=1}^{N} \hat{I}_k(t) = 0$
- A po vykrácení $\exp(\mathrm{i}\omega t)$: $\boxed{\sum_{k=1}^{N} \bar{I}_k = 0,}$

Komplexní symbolika pro střídavé obvody

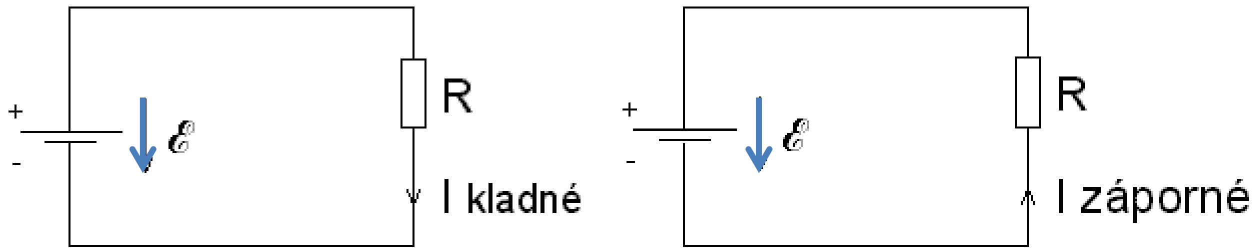
- **II. Kirchhoffovo pravidlo:** pro uzavřenou smyčku platí:

$$\sum_{k=1}^{M} \mathrm{Re}\, \hat{\mathscr{E}}_k(t) = \mathrm{Re} \sum_{k=1}^{M} \hat{\mathscr{E}}_k(t) = \sum_{l=1}^{N} \mathrm{Re}\, \bar{Z}_l \hat{I}_l(t) = \mathrm{Re} \sum_{l=1}^{N} \bar{Z}_l \hat{I}_l(t)$$

- Protože platí v lib. čase, stejnou rovnici splňují i imaginární složky.
- Platí tedy:

$$\boxed{\sum_{k=1}^{M} \bar{\mathscr{E}}_k = \sum_{l=1}^{N} \bar{Z}_l \bar{I}_l ,}$$

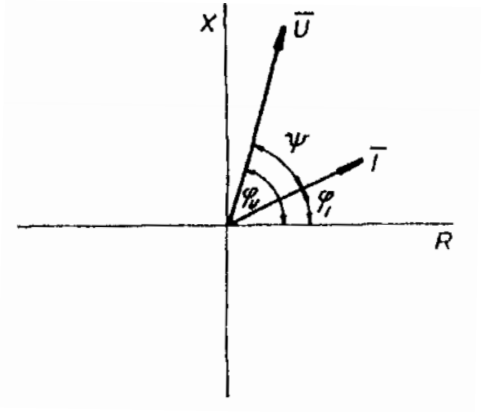
- **Polarita zdroje a směr proudu střídavých obvodů**
- záporná hodnota komplexní amplitudy = fáze posunutá o π (opačná fáze)



- Potenciálový rozdíl - orientovaná šipka, směřující od místa s vyšším potenciálem k místu s nižším potenciálem (na odporu souhlasí se směrem proudu).

Vlastnosti reálných dvojpólů

- Fázový diagram:



- Grafické zobrazení fázi jednotlivých veličin v Gaussově rovině
- Každý prvek je kombinace vodivosti, indukčnosti kapacity.
- U aktivních prvků ještě el.-mot. napětí.
- Nahrazujeme ideální R, L, C, $\bar{\mathcal{E}}$.
- Úloha najít náhradní schéma nemá jednoznačné řešení - hledáme co nejjednodušší.

- Sériové zapojení prvků:

$$\bar{Z}_s = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \ldots + \bar{Z}_N$$

- Paralelní zapojení prvků:

$$\frac{1}{\bar{Z}_p} = \frac{1}{\bar{Z}_1} + \frac{1}{\bar{Z}_2} + \ldots + \frac{1}{\bar{Z}_N}$$

Náhradní schéma lineárního zdroje

- Původní vztah přepsaný pomocí komplexní symboliky:

$$\bar{\mathcal{E}} - \bar{Z}_i \bar{I} = \bar{U}_s$$

- $\bar{U}_S$ má význam svorkového napětí, které na vnější impedanci budí proud

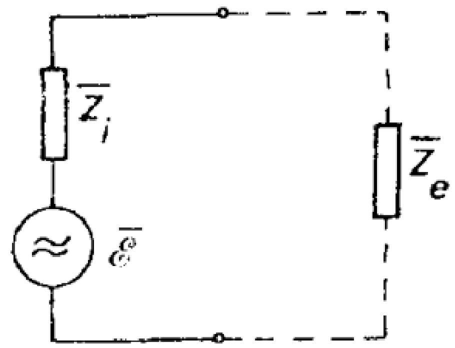
$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_s}{\bar{Z}_e}$$

- Oba zdroje ekvivalentní pokud:

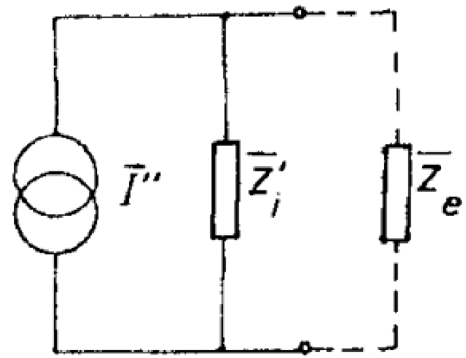
$$\bar{\mathcal{E}} = \bar{Z}_i \bar{I}'' \qquad \bar{Z}_i' = \bar{Z}_i \qquad \bar{I} = \bar{I}'' - \bar{Y}_i \bar{U}_S$$

- Nortonova věta, platí pro střídavé i stacionární zdroje.

zdroj napětí

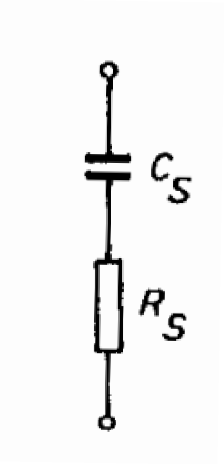


zdroj konstantního proudu



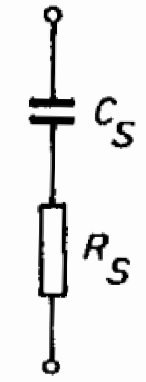
Náhradní schéma kondenzátoru

- Spojení ideálního kondenzátoru a ideálního rezistoru.
- **<u>Sériové zapojení</u>**:



Náhradní schéma kondenzátorux

- Spojení ideálního kondenzátoru a ideálního rezistoru.
- **<u>Sériové zapojení</u>**:



$$\bar{Z}_s = R_s - \frac{i}{\omega C_s}$$

$$Z_s = \frac{\sqrt{1+\omega^2 C_s^{\,2} R_s^{\,2}}}{\omega C_s}, \qquad \mathrm{tg}\,\psi_s = -\frac{1}{\omega C_s R_s}$$

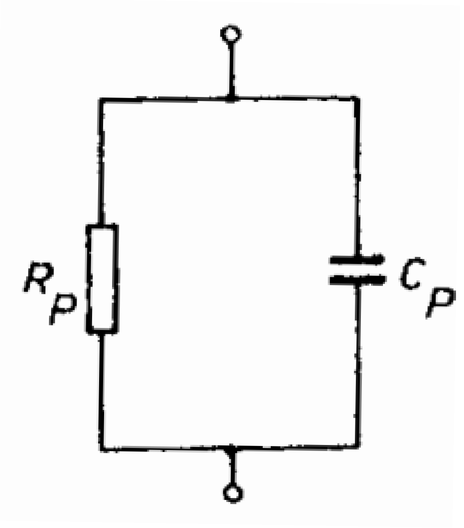
- Ztrátový úhel δ: $\delta = \frac{\pi}{2} - |\psi|$ $\qquad \mathrm{tg}\,\delta_s = \omega C_s R_s$

- Ztrátový činitel tgδ
- Míra ztrát elektrické energie.

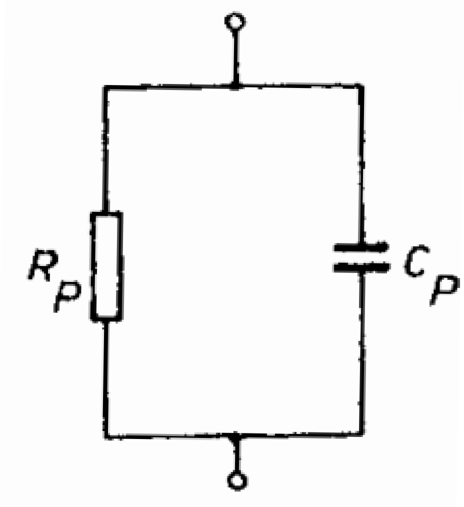
- δ = 0 ideální kondenzátor
- δ = π/2 ideální rezistor

Náhradní schéma kondenzátoru

- Spojení ideálního kondenzátoru a ideálního rezistoru.
- **Paralelní zapojení**:



Náhradní schéma kondenzátoru



- Spojení ideálního kondenzátoru a ideálního rezistoru.
- **Paralelní zapojení**:

$$\overline{Y}_p = \frac{1}{R_p} + i\omega C_p$$

$$\left|\overline{Z}_p\right| = \left|1/\overline{Y}_p\right| = R_p\left(1+\omega^2 C_p{}^2 R_p{}^2\right)^{-1}$$

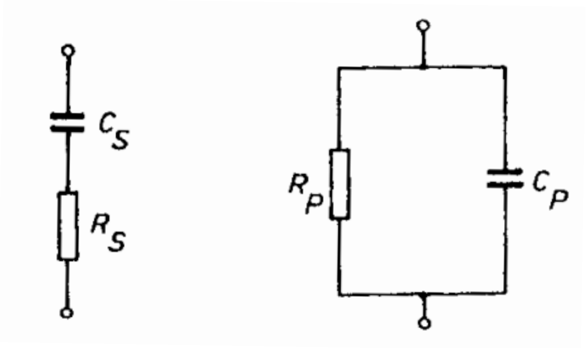
- Ztrátový činitel tgδ: $$\mathrm{tg}\,\delta_p = \left(\omega C_p R_p\right)^{-1}$$
- Míra ztrát elektrické energie.

- δ = 0 ideální kondenzátor, tj., $R_p \to \infty$
- δ = π/2 ideální rezistor

- Ztrátový činitel je frekvenčně závislý.
- Volba náhradního schématu závisí na typu kondenzátoru.
- Pokud se jedná skutečnou vodivost dielektrika = paralelní náhradní schéma, R_p je *svodový odpor*.

Náhradní schéma kondenzátoru

- Při dané frekvenci je možné jedno zapojením nahradit druhým při zachování stejné impedance:

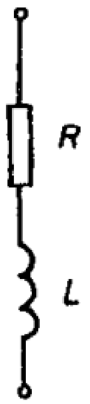


$$R_s = \frac{R_p}{1+\omega^2 C_p{}^2 R_p{}^2}, \qquad C_s = \frac{1+\omega^2 C_p{}^2 R_p{}^2}{\omega^2 C_p{}^2 R_p{}^2}$$

$$R_p = \frac{1+\omega^2 C_s{}^2 R_s{}^2}{\omega^2 C_s{}^2 R_s{}^2}, \qquad C_p = \frac{C_s}{1+\omega^2 C_s{}^2 R_s{}^2}$$

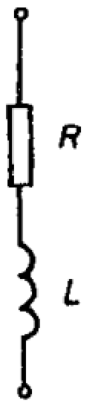
Náhradní schéma cívky

- Spojení ideální cívky a ideálního rezistoru.
- **Sériové zapojení**:



Náhradní schéma cívky

- Spojení ideální cívky a ideálního rezistoru.
- **<u>Sériové zapojení</u>**:



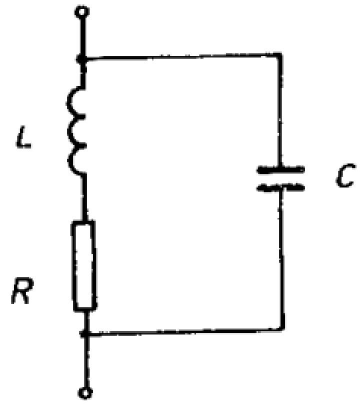
$$\bar{Z} = R + \mathrm{i}\omega L$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \qquad \mathrm{tg}\,\psi = \frac{\omega L}{R} = Q$$

- Q - činitel jakosti cívky
- $Q \rightarrow \infty$ ideální indukčnost

- Používá se v oblasti nízkých frekvencí.
- Též náhradní schéma pro rezistor v oblasti velkých frekvencí - vliv vlastní indukčnosti rezistoru.

Náhradní schéma cívky



- Zahrnutí kapacity:
- Spojení ideální cívky a ideálního rezistoru a ideálního kondenzátoru.
- **Paralelní rezonanční obvod** (detaily později)
- Závislost impedance není monotónní.
- max(Re(Z)) nastává při ω_r, (Im(Z)=0)

$$\omega_r^2 = \omega_0^2 \left(1 - Q_0^{-2}\right)$$

$$\omega_0 = (LC)^{-1/2} \qquad Q_0 = \omega_0 L / R$$

- Volba náhr. schématu:
- jednoduchost vs. dokonalé postihnutí všech rušivých vlivů (kapacita cívky vůči vodičům, kapacity mezi závity atd.)

Věta o superpozici

- Mějme obvod, ve kterém je zařazeno N zdrojů elektromotorického napětí. Pp. že můžeme zařazovat jeden zdroj po druhém, zatímco ostatní zdroje jsou nahrazeny svými vnitřními impedancemi.
- I_{lk} je proud, který teče k-tou větví obvodu, je-li zapnutý l-tý zdroj.
- Celkový proud k-tou větví při zapojení všech zdrojů je:

$$\overline{I}_k = \sum_{l=1}^{N} \overline{I}_k^{(l)}$$

- Důkaz:
- Pp. obvod tvořený uzavřenou smyčkou o q-větvích.
- Impedance větví: $\overline{Z}_1, \overline{Z}_2, \dots, \overline{Z}_q$
- Je-li zapnut jen zdroj l (II. K.p.): $$\overline{\mathscr{E}_l} = \sum_{k=1}^{q} \overline{Z}_k \overline{I}_k^{(l)}$$
- Všechny zdroje současně: $$\sum_{l=1}^{N} \overline{\mathscr{E}_l} = \sum_{l=1}^{N} \sum_{k=1}^{q} \overline{Z}_k \overline{I}_k^{(l)}$$
- Lze upravit na (Z nezávislé na proudu): $$\sum_{l=1}^{N} \overline{\mathscr{E}_l} = \sum_{k=1}^{q} \overline{Z}_k \sum_{l=1}^{N} \overline{I}_k^{(l)}$$
- Stejné vyjádření i podle II. K. p.: $$\sum_{l=1}^{N} \overline{\mathscr{E}_l} = \sum_{k=1}^{q} \overline{Z}_k \overline{I}_k$$

Metody řešení obvodů

- Metoda smyčkových proudů.
- Metoda uzlových napětí (využít i záměnu napěťového zdroje za proudový)
- Théveninova věta

Proud lib. větví obvodu se nezmění, jestliže tuto větev vyjmeme a připojíme jí ke zdroji, jehož el.-mot. napětí je rovno napětí U_0, které zbyde na uzlech po vyjmutí větve a jehož vnitřní impedance je rovna impedanci daného obvodu po nahrazení všech zdrojů jejich vnitřními impedancemi.

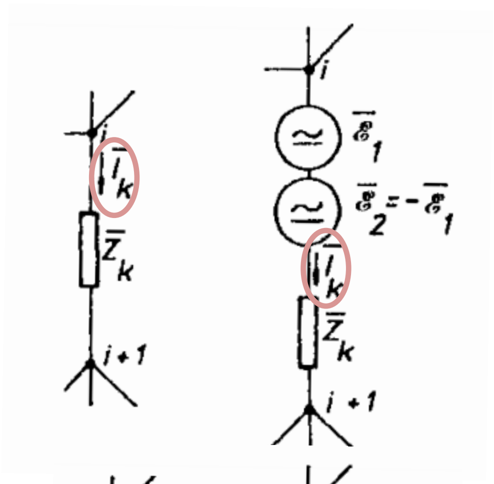
- Hodí se, pokud nás zajímá proud jedinou větví obvodu.

- Vyjmeme požadovanou větev *k* (Z_k) a určíme napětí $\boldsymbol{U_0}$ na připojovacích uzlech.
- Ze zbytkového obvody vyjmeme zdroje (ponecháme jejich vnitřní impedance) a vypočítáme celkovou impedanci zbytkového obvodu.
- Vypočítáme proud vyjmutou větví jako

$$\bar{I}_k = \frac{\bar{U}_0}{\bar{Z}_i + \bar{Z}_k}$$

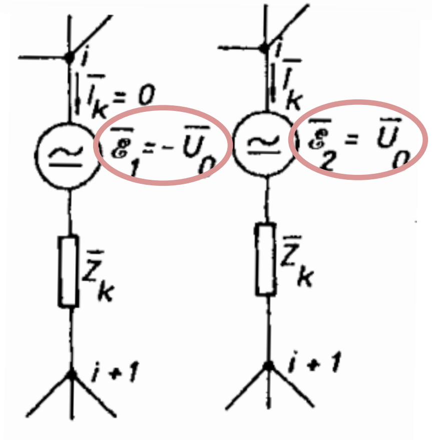
Théveninova věta

- Do větve *k* lze vložit dva zdroje opačné polarity, proud větví se nezmění.



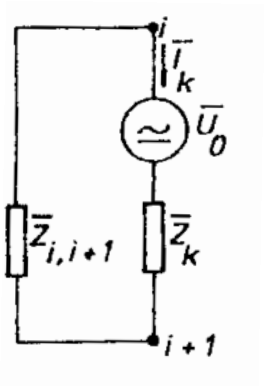
- Na uzlech *i, i+1* je rozdíl potenciálu U_0.
- Při vložení zdroje $\mathcal{E}_1 = -U_0$ je $I_k = 0$.

- Při odstranění všech zdrojů napětí ve vnější části obvodu do *k*-té větve vložíme zdroj $\mathcal{E}_2 = U_0$.
- Z věty o superpozici vyplývá, že se jedná o případ nahoře a větví k poteče proud I_k.



- Celý obvod lze tedy nahradit zdrojem U_0 a celkovou impedancí vnější části obvodu $\bar{Z}_{i,i+1}$

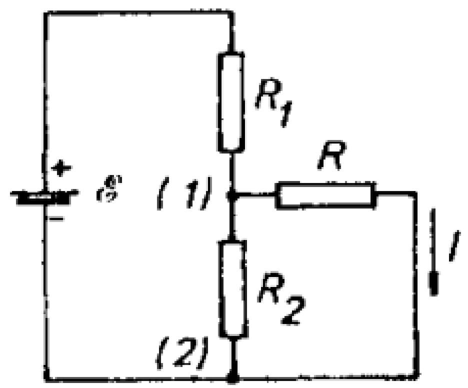
$$\bar{I}_k = \frac{\bar{U}_0}{\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k}$$



Obvod děliče napětí

- Proud *I* tekoucí odporem *R*?
- Théveninova věta

- U_0
- R_{12}

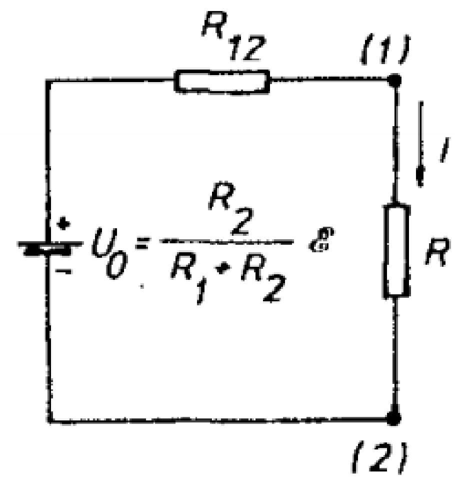


Obvod děliče napětí

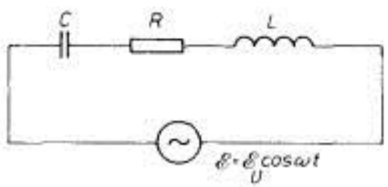
- Řešení:

$$U_0 = \mathscr{E}\frac{R_2}{R_1 + R_2} \qquad R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I = \frac{U_0}{R + R_{1,2}} = \mathscr{E}\frac{R_2}{R\left(R_1 + R_2\right) + R_1 R_2}$$



Sériový rezonanční obvod (opakování)



- Spojení odporu *R*, indukčnosti *L* a kapacity *C*, vše je připojeno k ideálnímu zdroji *střídavého* elektromotorického napětí frekvence *ω*.

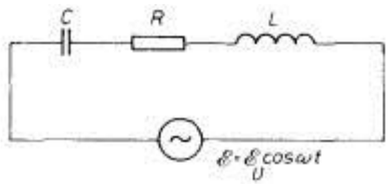
$$L\frac{\mathrm{d}^2 I(t)}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{I(t)}{C} = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}(t)}{\mathrm{d}t}.$$

- Obecné řešení lze vyjádřit jako sumu partikulárního řešení celé rovnice a obecného řešení příslušné homogenní rovnice. To má tvar:

$$I(t) = K_1\,\mathrm{e}^{\alpha_1 t} + K_2\,\mathrm{e}^{\alpha_2 t}$$

- Konkrétní poměry v obvodu závisí jednak na charakteru kořenů α_1, α_2 charakteristické kvadratické rovnice a jednak na hodnotách integračních konstant K_1, K_2, jež jsou dány počátečními podmínkami, např. ve kterém bodě periody elektromotorického napětí je zdroj k obvodu připojen.
- V každém případě: $\lim\limits_{t\to\infty} I(t) = 0$ tj. obecné řešení se v dostatEčně dlouhém čase neuplatní.
- Ustálený stav obvodu je tudíž určen jen partikulárním řešením celé nehomogenní rovnice

Sériový rezonanční obvod (opakování)



- Partikulární řešení hledáme ve tvaru:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_i),$$

$$L\frac{\mathrm{d}^2 I(t)}{\mathrm{d}t^2} + R\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{I(t)}{C} = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}(t)}{\mathrm{d}t}.$$

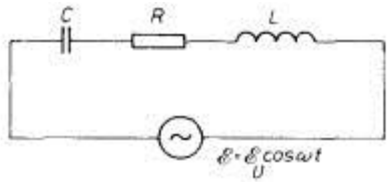
- I_0 a φ_i musí vyhovovat rovnici:

$$I_0\left[\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)\cos\varphi_i - R\sin\varphi_i\right]\cos\omega t +$$

$$+\left[I_0\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\sin\varphi_i - RI_0\cos\varphi_i + \mathcal{E}_0\right]\sin\omega t = 0.$$

- Má-li být tato podmínka splněna v libovolném okamžiku, musí být koeficienty u cos ωt a sin ωt rovny nule.

Sériový rezonanční obvod (opakování)



$$\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)\cos\varphi_i - R\sin\varphi_i = 0,$$

$$I_0\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\sin\varphi_i - RI_0\cos\varphi_i + \mathcal{E}_0 = 0,$$

- Řešení:

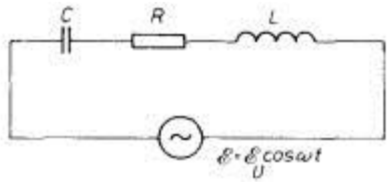
$$\operatorname{tg}\varphi_i = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\cos\varphi_i$$

- Anebo s využitím $\cos\varphi_i = (1 + \operatorname{tg}^2\varphi_i)^{\frac{1}{2}}$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Sériový rezonanční obvod (opakování)



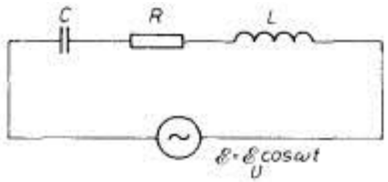
- Impedance: $$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

- $Z_{min} = R$ pro $\omega L = 1/\omega C$
- Je-li frekvence proudu $\omega = \omega_0$, I_0 je maximální.

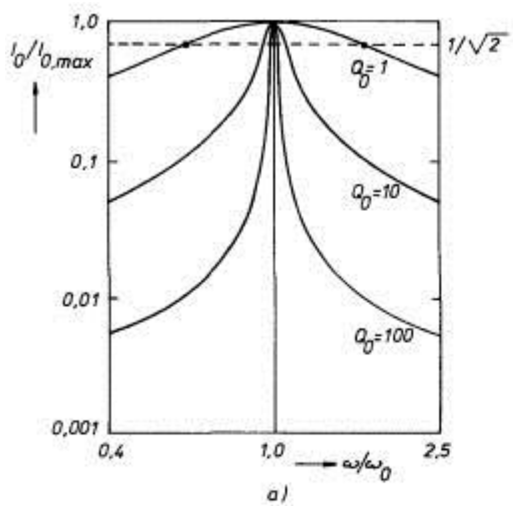
$$I_{0,\,\max} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$$

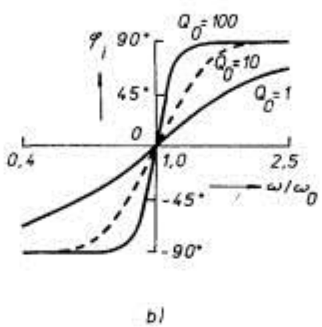
- Závislost amplitudy proudu na frekvenci zdroje se nazývá *rezonanční křivkou obvodu.*
- Obvod je v rezonanci ⇔ $$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

Sériový rezonanční obvod (opakování)



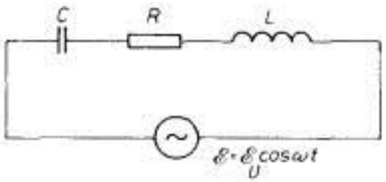
- *Redukované* rezonanční křivky sériového rezonančního obvodu:
- a) redukovaná frekvenční závislost amplitudy napětí a proudu,
- b) redukovaná frekvenční závislost fázového úhlu.

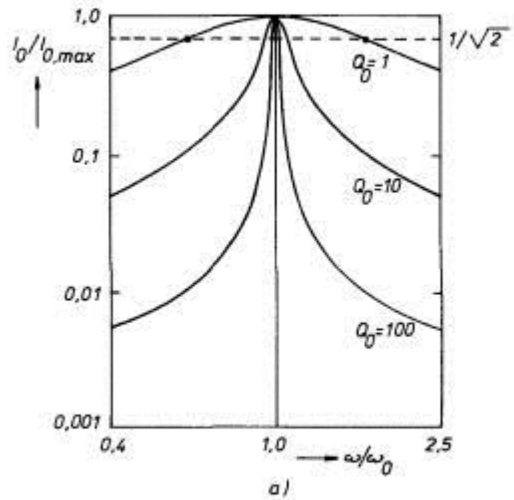


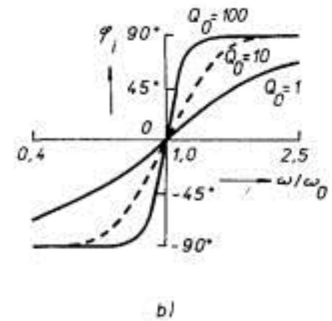


Pološířka rezonanční křivky $\Delta\omega$ - absolutní hodnota rozdílu frekvencí ω_1 a ω_2, při nichž má proud hodnotu $I_0 = I_{0,max}/\sqrt{2}$

Sériový rezonanční obvod (opakování)







- Pro frekvence ω_1 a ω_2 platí:

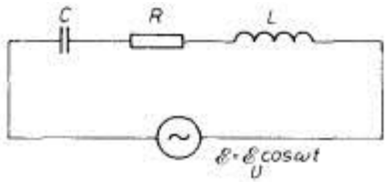
$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = R,$$

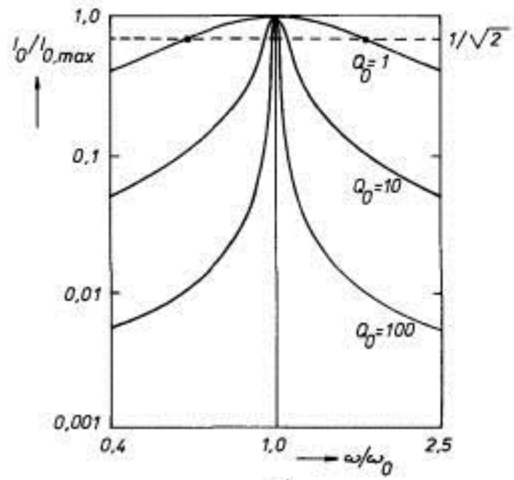
$$\frac{1}{\omega_2 C} - \omega_2 L = R,$$

$$\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

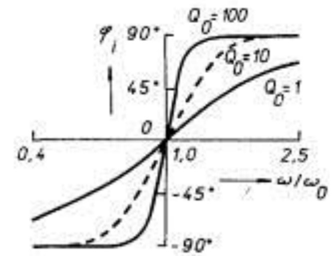
$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} \qquad \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{1}{Q_0}.$$

Sériový rezonanční obvod





a)



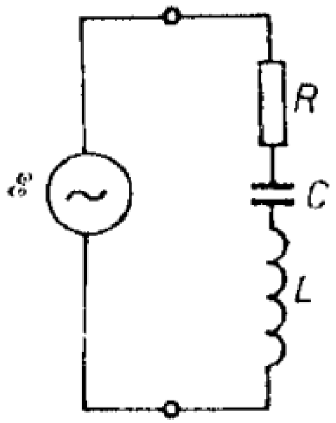
b)

- (vlastní) činitel jakosti obvodu: $$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}$$

  - Obvod v rezonanci: φ_i = 0. Se vzdalováním od rezonance se konstanta φ_i, charakterizující fázový posuv proudu vůči elektromotorickému napětí zdroje, blíží hodnotám ± π /2.

Analýza sériového rezonančního obvodu (komplexní symbolika

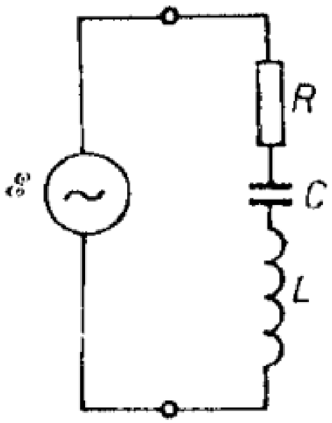
- Srovnejte s analýzou v minulé přednášce
- V ustáleném stavu.
- Zdroj střídavého napětí, zanedbáváme jeho vnitřní impedanci.



- Komplexní impedance:
- Absolutní hodnota:
- Fázový úhel:

Analýza sériového rezonančního obvodu (komplexní symbolika

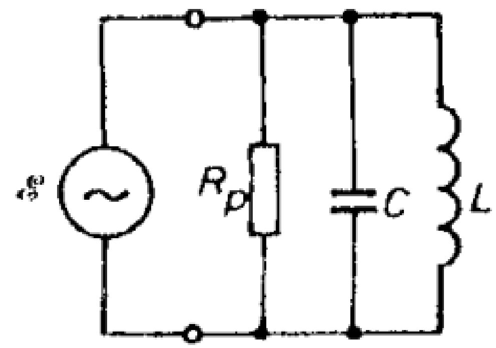
- V ustáleném stavu.
- Zdroj střídavého napětí, zanedbáváme jeho vnitřní impedanci.



- Komplexní impedance: $\tilde{Z} = R + \mathrm{i}\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right).$
- Absolutní hodnota: $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}.$
- Fázový úhel: $\operatorname{tg}\varphi_i = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}$

Analýza paralelního rezonančního obvodu

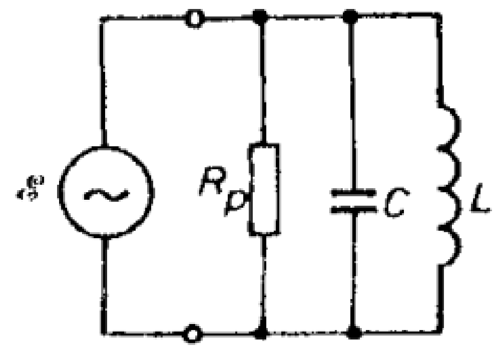
- V ustáleném stavu.
- Zdroj střídavého napětí, zanedbáváme jeho vnitřní impedanci.



- Komplexní admitance:

- Absolutní hodnota:

Analýza paralelního rezonančního obvodu

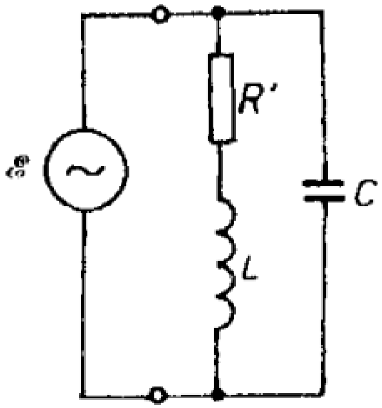


- V ustáleném stavu.
- Zdroj střídavého napětí, zanedbáváme jeho vnitřní impedanci.
- Komplexní admitance: $\bar{Y} = \frac{1}{R_\mathrm{p}} + \mathrm{i}\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right).$
- Absolutní hodnota: $Y = \sqrt{\frac{1}{R_\mathrm{p}^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$
- Minimální hodnota $Y_{min}= 1/R_p$ při $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- Y_{min} je reálná.
- Při rezonanční frekvenci ω_0 bude i minimální amplituda proudu.
- Rezonanční křivka - proud vs. frekvence zdroje. Pološířka: $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R_\mathrm{p}}$
- Činitel jakosti: $Q_{0,\mathrm{p}} = \frac{R_\mathrm{p}}{\omega_0 L} = \omega_0 R_\mathrm{p} C$
- Srovnej: $Q_{0,s} = \frac{\omega_0 L}{R_s}$

Analýza paralelního rezonančního obvodu 2

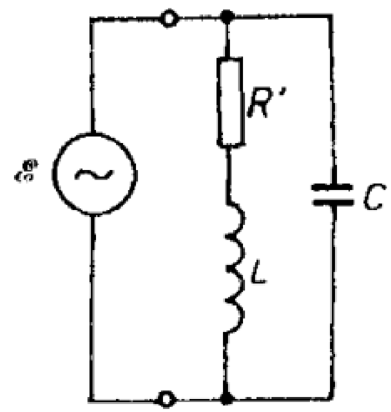
- V ustáleném stavu.
- Zdroj střídavého napětí, zanedbáváme jeho vnitřní impedanci.

- Komplexní impedance:



Analýza paralelního rezonančního obvodu 2

- V ustáleném stavu.
- Zdroj střídavého napětí, zanedbáváme jeho vnitřní impedanci.



- Komplexní impedance: $$\bar{Z} = \frac{R'}{\left(1-\omega^2 LC\right)+\mathrm{i}\omega CR'}$$

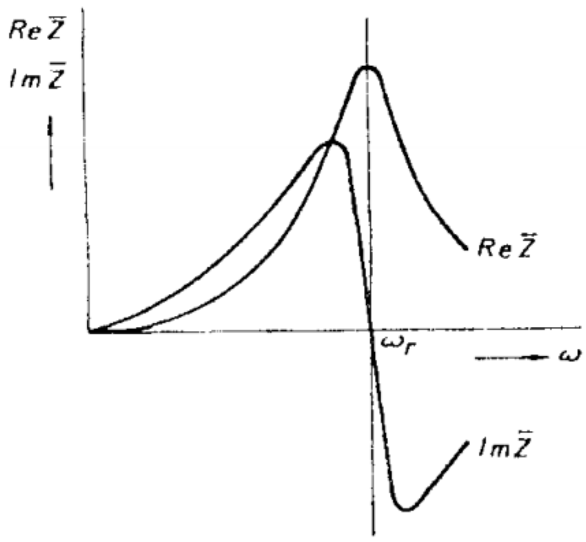
$$\operatorname{Re}\bar{Z} = \frac{R'}{\left(1-\omega^2 LC\right)^2+\left(\omega CR'\right)^2},$$

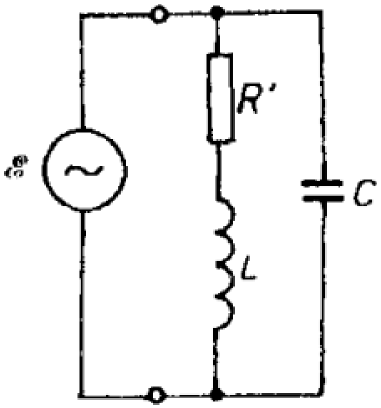
$$\operatorname{Im}\bar{Z} = \frac{\omega L\left(1-\omega^2 LC\right)-\omega CR'^2}{\left(1-\omega^2 LC\right)^2+\left(\omega CR'\right)^2}$$

- ponecháme označení $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$
- Činitel jakosti: $Q_0' = \omega_0 L / R'$
- Im(Z)=0, impedance reálná: $\omega_r^{\,2} = \omega_0^{\,2}\left(1-Q_0'^{-2}\right)$
- ω_r - paralelní rezonanční frekvence
- Absolutní hodnota hodnota impedance extrém při ω_r nemá.

Analýza paralelního rezonančního obvodu 2

- Frekvenční závislost impedance:



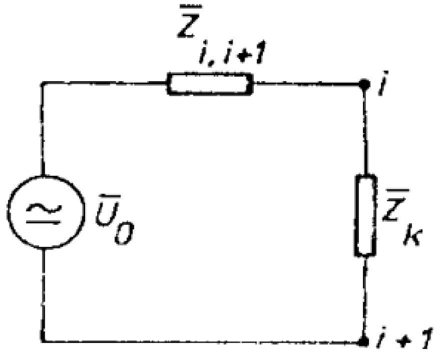


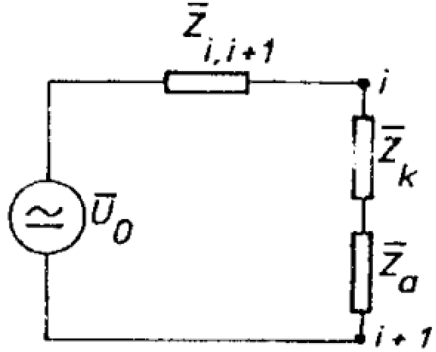
- Podobná komplexní Lorentzově křivce.

$$L(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - i\omega}$$

Měření proudu v obvodech

- Zařazením do obvodu přidáváme jejich komplexní impedanci $\bar{Z}_A, \bar{Z}_V$ (ampérmetr, voltmetr)
- V případě stacionárního obvodu a střídavého s nízkou frekvencí - jen odpor.
- Zařazení ampérmetru do větve:
- Théveninova věta - zbytek obvodu má impedanci $\bar{Z}_{i,i+1}$



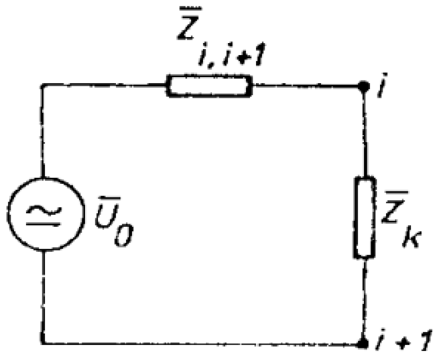


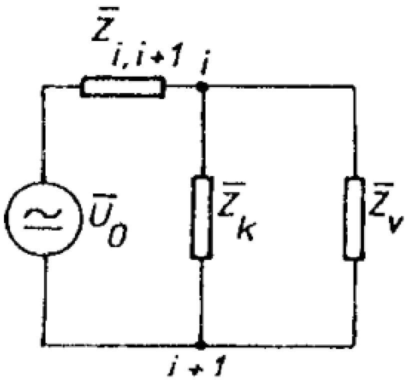
$$\bar{I}_k = \frac{\bar{U}_0}{\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k} \qquad \bar{I}'_k = \frac{\bar{U}_0}{\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k + \bar{Z}_A}$$

- Dosadíme za U_0: $$\bar{I}'_k\left(\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k + \bar{Z}_A\right) = \bar{I}_k\left(\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k\right)$$
- Relativní systematická chyba: $$\frac{\bar{I}_k - \bar{I}'_k}{\bar{I}'_k} = \frac{\bar{Z}_A}{\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k}$$
- Zanedbatelná pokud: $$\bar{Z}_A \ll \left|\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k\right|$$

Měření napětí v obvodech

- Zařazení voltmetru paralelně:
- Théveninova věta - zbytek obvodu má impedanci $\bar{Z}_{i,i+1}$





$$\bar{U} = \bar{U}_0 \frac{\bar{Z}_k}{\bar{Z}_{i,i+1} + \bar{Z}_k}.$$

$$\bar{U}' = \bar{U} \frac{\bar{Z}_V}{\bar{Z}_V + \dfrac{\bar{Z}_k \bar{Z}_{i,i+1}}{\bar{Z}_k + \bar{Z}_{i,i+1}}}$$

- Relativní systematická chyba: $$\frac{\bar{U} - \bar{U}'}{\bar{U}'} = \frac{1}{\bar{Z}_V} \frac{\bar{Z}_k \bar{Z}_{i,i+1}}{\bar{Z}_k + \bar{Z}_{i,i+1}}.$$

- Zanedbatelná pokud: $$\bar{Z}_V \gg \left| \frac{\bar{Z}_k \bar{Z}_{i,i+1}}{\bar{Z}_k + \bar{Z}_{i,i+1}} \right|.$$