

# Elektřina a magnetismus - NAFY-002

Jan Lang

Katedra fyziky nízkých teplot MFF UK

Kryopavilón C136

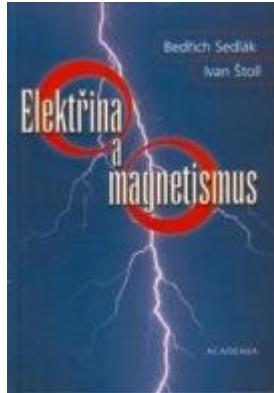
tel. 22191 2889

Jan.Lang@mff.cuni.cz

# Elektrina a magnetismus - NAFY-002

- Základy vektorové analýzy
- Elektrostatika
- Stacionární elektrické pole a elektrický proud
- Lineárních stacionární obvody
- Stacionární magnetické pole
- Kvazistacionární elektrické a magnetické pole
- Elektrické obvody v kvazistacionárním přiblížení
- Nestacionární elektromagnetické pole
- Dielektrické a magnetické vlastnosti látek
- Elektrické transportní jevy

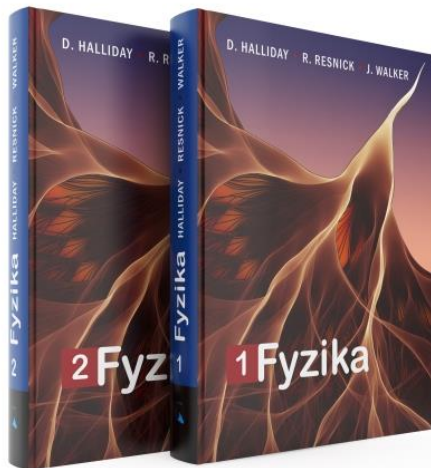
# Elektřina a magnetismus - NAFY-002



Sedláček Bedřich, Štoll Ivan

**Elektřina a magnetismus**

Academia 2002 a Karolinum 2012



Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.

**Fyzika**

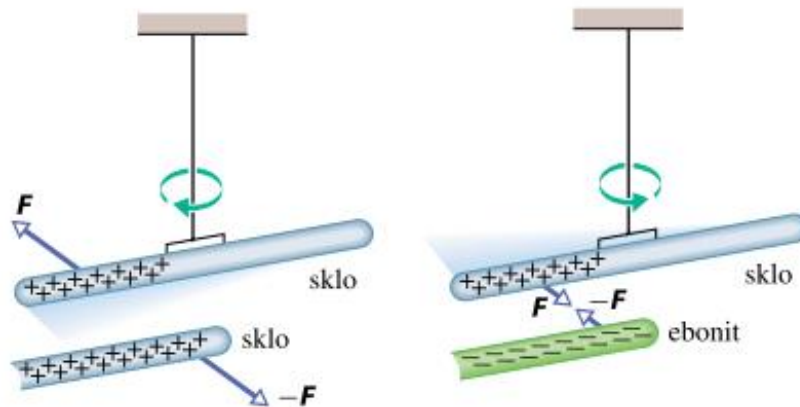
2. přepracované vydání VUTIUM Brno 2014

Obrázky v prezentacích k této přednášce jsou většinou převzaty z těchto publikací, pokud není uvedeno jinak.

# Elektřina a magnetismus - základní pojmy

- elektřina  $\Leftrightarrow$  magnetismus (H. Ch. Oersted 1820)
- Michael Faraday (1791 – 1867)
- James Clerk Maxwell (1831 – 1879)

## Elektrický náboj

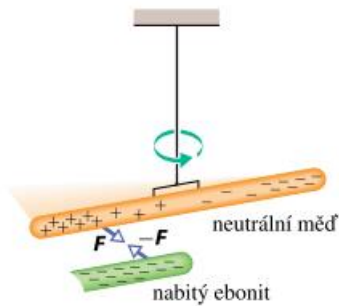


- + - (Benjamin Franklin 1706 - 1790)

- Elektrické náboje téhož znaménka se odpuzují, náboje opačného znaménka se přitahují.

# Elektřina a magnetismus - základní pojmy 2

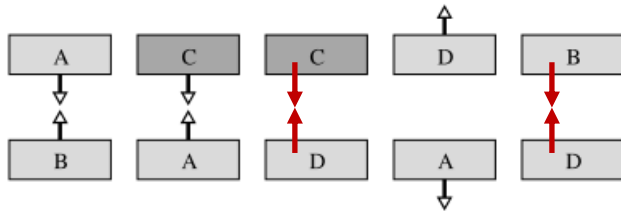
- vodiče - volný pohyb náboje
- nevodiče (izolátory, dielektrika) - náboj nepohyblivý
- elektrický proud - uspořádaný pohyb náboje



- náboje v měděné tyči se mohou přemístit = indukovaný náboj

- náboj - souvisí se složením atomů z nabitých elementárních částic - protony, elektrony
- v kovech - pohyblivé vodivostní elektrony (podrobněji později)

# Elektřina a magnetismus - základní pojmy 3



- A, B, D jsou nabité ebonitové desky
- C - el. neutrální Cu deska
- Jaká působí síla mezi C-D a B-D?

# Coulombův zákon (1785)

- bodové náboje  $Q_1, Q_2$ , vzájemná vzdálenost  $r$
- $F$  - velikost elektrostatické síly

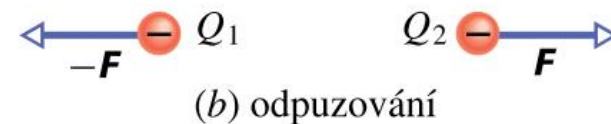
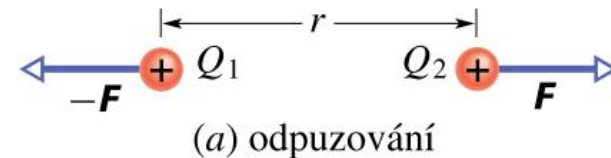
Síla - působí podél spojnice = centrální síla

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1||Q_2|}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \doteq 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

Srovnej: **gravitační konstanta**

$$\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$



- Jednotka náboje: coulomb -  $\text{C} = \text{A} \cdot \text{s}$   
1 coulomb je množství náboje, které projde průřezem vodiče za 1 s, protéká-li jím proud 1 A (ampér).
- permitivita vakua = elektrická konstanta  $\epsilon_0 \doteq 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$
- vztah s rychlostí světla  $\{\epsilon_0\} = 1/(4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \{c\}^2)$
- analogie s gravitační silou (cf. elektrostatická může být přitažlivá i odpudivá)

# Hustota náboje

Střední **objemová** hustota náboje:

$$\bar{\rho} = \frac{Q}{V}$$

těleso o objemu  $V$  nese náboj  $Q$ , vše konst. v čase

**Objemová** hustota náboje v bodě:

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho(x, y, z) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

$$Q = \int_V \rho(\mathbf{r}) dV$$

$$[\rho] = \text{C}/\text{m}^3$$



# Hustota náboje 2

**Plošná** hustota náboje  $\sigma(\mathbf{r})$  :

$$Q = \int_S \sigma(\mathbf{r}) dS$$

plocha  $S$  nese náboj  $Q$ , vše konst. v čase

$$[\sigma] = C/m^2$$

**Lineární** hustota náboje :

$$Q = \int_l \tau(\mathbf{r}) dl$$

křivka  $l$  nese náboj  $Q$ , vše konst. v čase

$$[\tau] = C/m$$

# Princip superpozice

Máme-li  $n$  nabitých částic, je síla působící na libovolnou z nich dána vektorovým součtem.

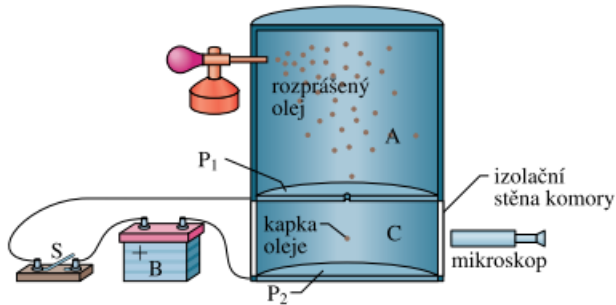
$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \dots + \mathbf{F}_{1n}.$$

## „Slupkové“ teorémy

- 1. Kulová slupka nabitá rovnoměrně rozloženým nábojem přitahuje nebo odpuzuje nabitě částice stejně, jako kdyby veškerý náboj slupky byl soustředěn v jejím středu.
- 2. Kulová slupka nabitá rovnoměrně rozloženým nábojem nepůsobí žádnou elektrostatickou silou na nabitě částice umístěné uvnitř (v dutině) slupky.

# Kvantování náboje

## Měření elementárního náboje - Millikanův pokus (1910-1913, Nobelova cena 1923)



kapka o poloměru  $r$  a hmotnosti  $m$  v komoře A  
padá dolů malým otvorem v desce  $P_1$  do komory C  
náboj kapky  $-Q_1$   
odpor prostředí - brzdná síla  $F = 6\pi\eta r v$

- a) spínač S vypnutý: rovnováha  $mg = 6\pi\eta r v_0$   
 $v_0$ .... mezní rychlost
- b) spínač S zapnutý: v komoře C je elektrická síla  $F_e = -Q_1 E$  na kapku směruje nahoru  
rovnováha  $Q_1 E - mg = 6\pi\eta r v_1$
- c) pro jiný náboj:  $Q_2 E - mg = 6\pi\eta r v_2$

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = \frac{mg}{E v_0} (v_2 - v_1)$$

$$\Delta Q = ne, n = \pm 0, \pm 1, \pm 2$$

**Elementární náboj:**  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

# Kvantování náboje 2

**Elementární náboj:**  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

ČÁSTICE	ZNAČKA	NÁBOJ
elektron	$e^-$ (nebo jen $e$ )	$-e$
proton	$p$	$+e$
neutron	$n$	$0$

Náboj neexistuje sám o sobě, je vázán na hmotné částice.

Příklad: 100 W žárovka: projde asi  $10^{19}$  elem. nábojů za sekundu.

# Zachování a invariance náboje

**Celkový el. náboj se v izolovaných soustavách zachovává. (Faraday 1845)**

Radioaktivní rozpady, anihilace elektronu a pozitronu atd.

**Elektrický náboj se při pohybu nemění (je invariantní).**

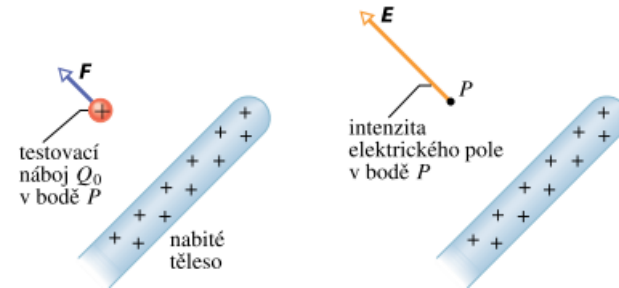
# Elektrostatické pole

Elektrické působení na dálku

„Testovací“ náboj  $Q_0$  „cítí“ silové působení okolních nábojů.

⇒ **elektrické (elektrostatické) pole**

každému bodu prostoru přiřadíme **vektor elektrické intenzity  $E$**  - *vektorové pole*



$$E = \frac{F}{Q_0} \quad \text{pp. } Q_0 > 0 \text{ a } Q_0 \text{ je velmi malý}$$

$$[E] = N/C = V/m$$

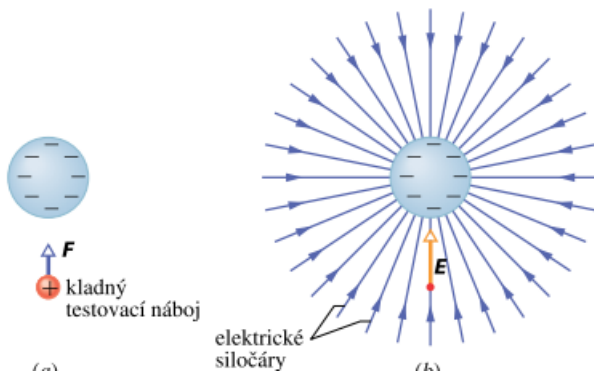
$E$  je elektrická síla působící na kladný jednotkový náboj.

**Tabulka 23.1** Některá elektrická pole

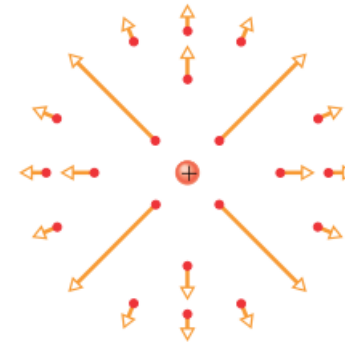
ELEKTRICKÉ POLE	VELIKOST INTENZITY ( $N \cdot C^{-1}$ )
Na povrchu jádra uranu	$3 \cdot 10^{21}$
Uvnitř atomu vodíku (Bohrův poloměr, úloha 56 z kap. 24)	$5 \cdot 10^{11}$
Při elektrickém průrazu ve vzduchu	$3 \cdot 10^6$
V blízkosti nabitého válce fotokopírovacího stroje	$10^5$
V blízkosti nabitého plastického hřebenu	$10^3$
V dolní vrstvě atmosféry	$10^2$
Uvnitř měděného vodiče v elektrických obvodech v domácnosti	$10^{-2}$

# Elektrické siločáry

- V každém bodě určuje směr tečny k siločáře směr vektoru  $E$ .
- Počet na jednotku plochy kolmé k siločáram je úměrný velikosti  $E$ .  
Siločáry blízko u sebe  $\leftrightarrow$  je pole silné  
Siločáry daleko od sebe  $\leftrightarrow$  je pole slabé.



Siločáry



Vektory intenzity pole  $E(\mathbf{r})$

# Elektrostatické pole 2

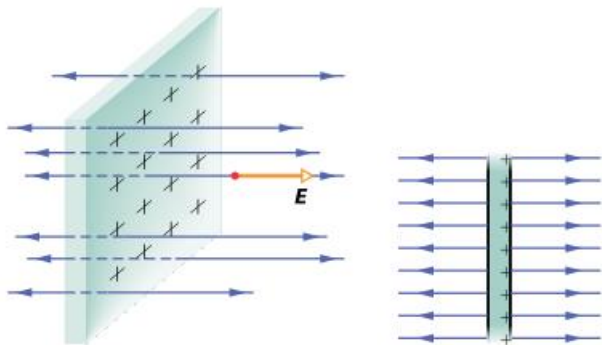
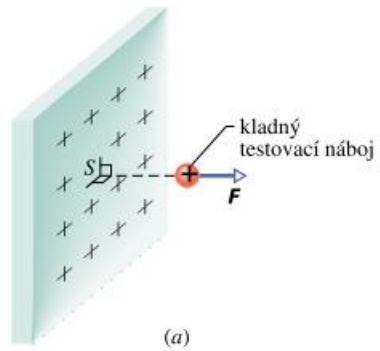
- Rozložení několika nábojů - princip superpozice

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{R_i^3} \mathbf{R}_i \quad \begin{array}{l} \mathbf{R}_i = \mathbf{r} - \mathbf{r}_i \\ R_i = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| \end{array}$$

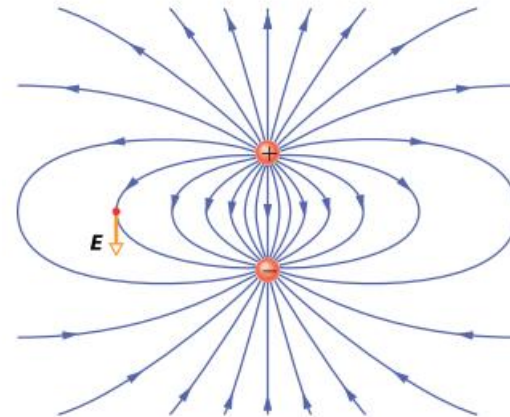
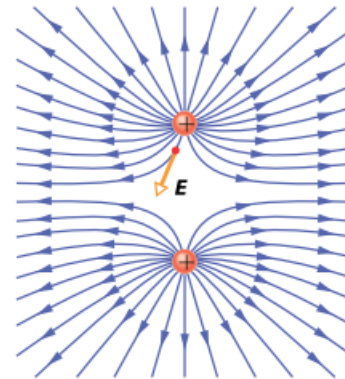
- $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  je definován v každém bodě s výjimkou pozice nábojů  $Q_i$ .
- Velikost pole je **přímo úměrná velikosti náboje**, který pole vytváří.
- Elektrostatické pole je **lokální** - k určení síly působící na testovací náboj musíme znát jen intenzitu v daném bodě, neuplatňuje se vliv okolí.
- Pro popis elektrostatické soustavy je **ekvivalentní**, zda udáme **rozložení nábojů  $Q_i$**  anebo **průběh  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$**



# Elektrické siločáry 2



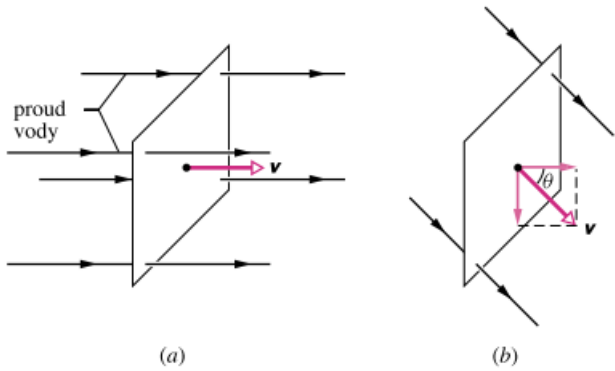
Homogenní pole:  $E = \text{konst.}$



Siločáry pole dvojice nábojů

# Tok vektorového pole plochou

Analogie: proud vody o rychlosti  $\mathbf{v}$  skrz malou čtvercovou plochu  $\Delta\mathbf{S}$

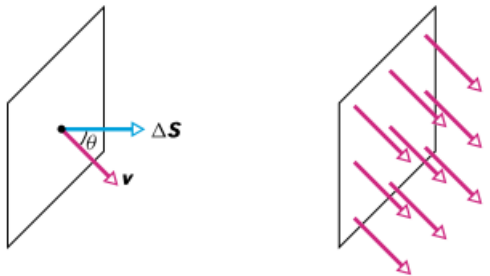


$\mathbf{S} = S \cdot \mathbf{n}$      $\mathbf{S}$  vektor plochy  $S$   
 $\mathbf{n}$  jednotkový normálový vektor

Objemový tok pole rychlostí  $\mathbf{v}$  plochou:

$$\Delta\Phi = \mathbf{v} \cdot \Delta\mathbf{S}$$

$$\Delta\Phi = v \Delta S \cos \theta$$



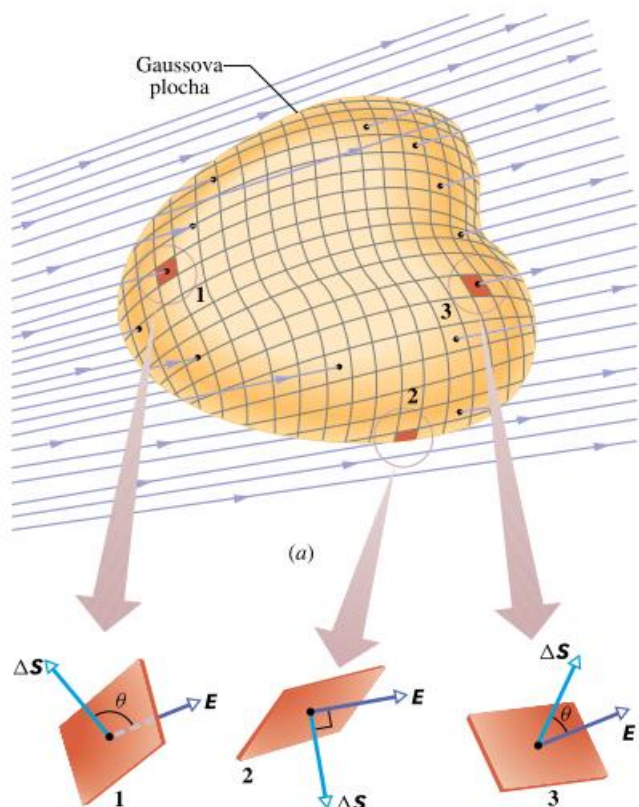
Zobecnění:

Objemový tok pole vektorové veličiny  $\mathbf{a}$  plochou:

$$\Delta\Phi = \mathbf{a} \cdot \Delta\mathbf{S}$$

# Tok elektrické intenzity

**Gaussova plocha** - *uzavřená* plocha v elektrickém poli obecného tvaru v praxi - volíme symetrický tvar, který usnadní výpočet



Tabulka 24.1 Tři čtverečky na Gaussově ploše z obr. 24.3

Č.	$\theta$	SMĚR $\mathbf{E}$	SOUČIN $\mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S}$
1	$> 90^\circ$	dovnitř plochy	záporný
2	$= 90^\circ$	rovnoběžně s plochou	nulový
3	$< 90^\circ$	ven z plochy	kladný

Tok elektrické intenzity Gaussovou plochou  $S$

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$$

$$[\Phi_E] = \text{Nm}^2/\text{C} = \text{Vm}$$

Opačně platí:

$$\mathbf{E} = \frac{d\Phi}{dS}$$

Tok  $\Phi_E$  intenzity Gaussovou plochou je úměrný celkovému počtu siločar procházejících touto plochou.

# Gaussův zákon elektrostatiky

tok elektrického pole  $\Phi_E$  uzavřenou plochou  $S$   
náboj  $Q$  obklopený plochou  $S$

$$\Phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

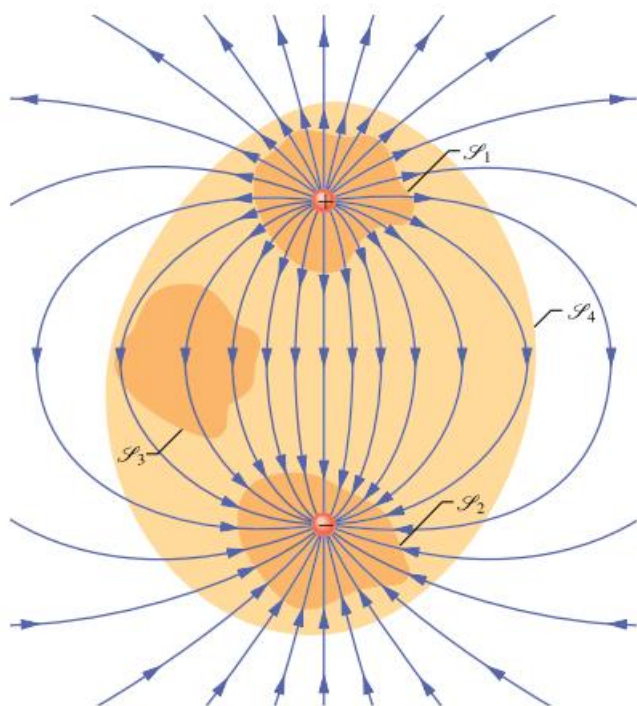
Gaussův zákon elektrostatiky

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

elektrické náboje ve vakuu:  $Q = \sum_i Q_i$

- Libovolně velký náboj ležící vně Gaussovy plochy, není v Gaussově zákonu zahrnut v  $Q$ .
- Není rozhodující, jak jsou rozloženy jednotlivé náboje uvnitř Gaussovy plochy.

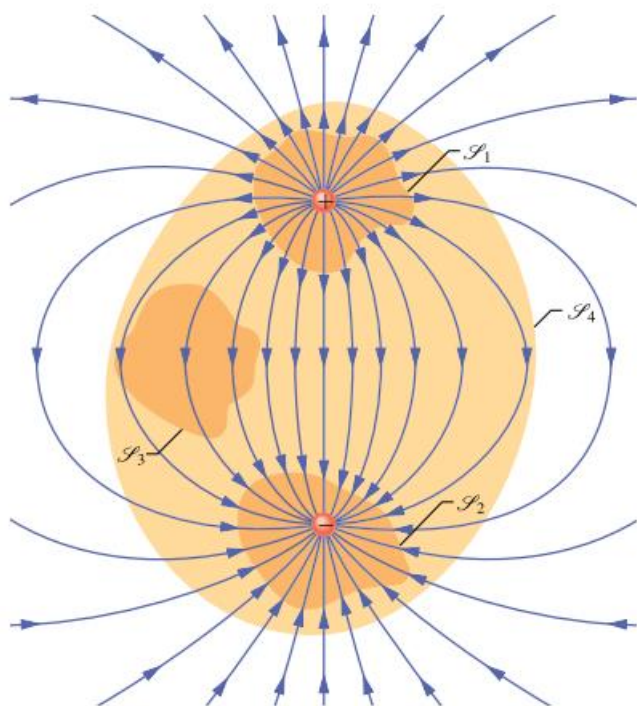
# Gaussův zákon elektrostatiky 2



**Plocha  $\mathcal{A}$ :** Intenzita elektrického pole směřuje ve všech bodech této plochy směrem ven. Tok intenzity elektrického pole touto plochou je tedy kladný. Kladný je také celkový náboj uvnitř této plochy, jak to vyžaduje Gaussův zákon.

**Plocha  $\mathcal{B}$ :** Intenzita elektrického pole směřuje dovnitř této plochy ve všech bodech plochy. Tok intenzity elektrického pole a celkový náboj uvnitř plochy jsou tedy záporné, jak to vyžaduje Gaussův zákon.

# Gaussův zákon elektrostatiky 3

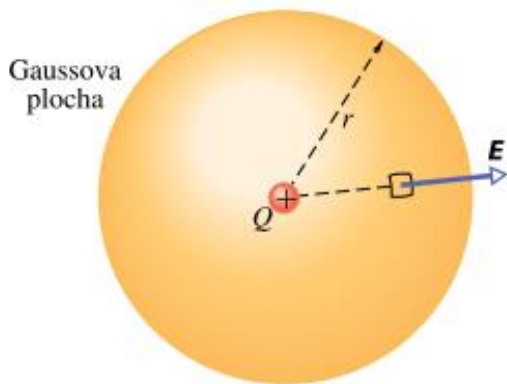


**Plocha  $\mathcal{S}_3$ :** Tato plocha neobsahuje uvnitř žádné náboje, tedy  $Q = 0$ . Gaussův zákon vyžaduje, aby celkový tok intenzity elektrického pole touto plochou byl roven nule. To platí, protože všechny siločáry, které procházejí plochou, do ní vstupují v horní části a vystupují z ní v její spodní části.

**Plocha  $\mathcal{S}_4$ :** Tato plocha obklopuje celkový náboj nulový (kladný a záporný náboj jsou stejně velké). Z Gaussova zákona plyne, že celkový tok intenzity elektrického pole touto plochou je nulový. To je opět pravda, neboť stejný počet siločár, který z plochy vystupuje, do ní na jiném místě vstupuje.

# Gaussův zákon a Coulombův zákon

Kulová Gaussova plocha, v jejímž středu leží bodový náboj  $Q$ .



$$\varepsilon_0 \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \varepsilon_0 \oint_S E dS = Q$$

$$\varepsilon_0 E \oint_S dS = Q$$

$$\varepsilon_0 E (4\pi r^2) = Q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$



Gaussův a Coulombův zákon jsou ekvivalentní.

Uvažujme počet siločar

$$N = \Phi$$

$$\frac{\Phi}{S} = \frac{N}{4\pi r^2} = E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Kdyby Coulombův zákon neobsahoval  $r^2$ , musely by siločáry na ploše vznikat anebo zanikat.