Jak přeměnit kvantitu v kvalitu? K Hegelovu pojmu míry[1]

Vojtěch Kolman
Filozofická fakulta Univerzity Karlovy, Praha
vojtech.kolman@ff.cuni.cz

Proměna kvantity v kvalitu je vedle dvojité negace jedna z nejznámějších pouček marxismu-leninismu, která se dostala v mysli mnoha jeho nedobrovolných odchovanců někam na úroveň alchymistické touhy po přeměně sprostého kovu ve zlato, a je tedy těžko odlišitelná od patafyzických doktrín lysenkismu a mičurinství. Přitom platí, že obě poučky mají celkem důstojné kořeny ve filosofii Hegelově, a to zcela konkrétně v první části jeho *Logiky jako vědy* (dále jen *Logiky*), v logice bytí. Přeměna kvantity v kvalitu je tématem poslední části logiky bytí, jež je věnovaná míře, která je definována jako spojení částí předchozích, věnovaných kvalitě a kvantitě. Podstatné je přitom již to, že kvalita kvantitě předchází a proměňuje se v ní právě prostřednictvím negace, která dojde uplatnění hned několikráte. Z toho pak vyplyne platnost obou zásad.

Cílem mého článku je interpretovat, jakou roli hrají zmíněné pojmy a poučky v Hegelově systému, zvláště pak ve vztahu k matematickým tématům, která se v *Logice* rozvíjejí, specificky pak k pojmu čisté kvantity neboli *čísla*. V principu chci navázat na Stekelerovo tvrzení, že to, co Hegel rozvíjí pod hlavičkou kategorie „míry“, není fakticky pouze otázka měrného – tedy reálného – čísla (*Maßzahl*), ale komplexnější problém aplikace matematických a jiných kvantitativních rozlišení na kvalitativní skutečnost, z níž ovšem sama kvantitativní rozlišení původně vzešla.[2] Stekelerovo překvapivé a úmyslně

1 Práce na článku byla částečně podpořena z grantu 16-12624S Grantové agentury ČR „Pojetí pojmu v kontextu moderního myšlení“ a částečně v rámci projektu „Kreativita a adaptabilita jako předpoklad úspěchu Evropy v propojeném světě“, reg. č.: CZ.02.1.01/0.0/0.0/16_019/0000734, financovaného z Evropského fondu pro regionální rozvoj.

2 Viz Stekeler-Weithofer, P., *Hegels Wissenschaft der Logik. Ein dialogischer Kommentar.* Bd. 1: Die objektive Logik. Die Lehre vom Sein. Vyjde in: Felix Meiner Verlag, Hamburg 2018 (rukopis, s. 16).

kontroverzní označení Hegela za nejlepšího učitele matematiky své doby se v této souvislosti vyjeví jako zcela adekvátní,[3] a to ani ne tak vzhledem k jasnosti a přehlednosti Hegelova výkladu, v němž se dostane i na finesy diferenciálního a integrálního kalkulu, ale s ohledem na všudypřítomné zohlednění komplexnosti matematické řeči a jejího vztahu k řeči běžné. Uvidíme, že právě tento vztah, jenž bývá ve standardní vědecké praxi zcela vytěsněn, je v Hegelově *Logice* náročně rekonstruován, přičemž tato rekonstrukce probíhá za nutné součinnosti samotného čtenáře. Fakt, že je pouhým pasivním čtením naprosto nerozklíčovatelná, je takto vnímán jako hlavní devíza Hegelovy filosofie a aspekt, v němž se její didaktická funkce proměňuje ve funkci pojmovou.

1. Anti-Dühring

Dühringova kritika marxismu podnítila Engelse k jeho obhajobě ve spise *Anti--Dühring*, kde se ve dvou kapitolách věnuje explicitně problémům hegelovské a marxistické dialektiky, a to po řadě právě *kvalitě a kvantitě* (kap. XII) a *negaci negace* (kap. XIII).[4] O přeměně kvantity v kvalitu se tam hovoří jako o zákonu, podle něhož se pouhé kvantitativní změny v jistém bodě promění v kvalitativní rozdíl. Jako základní aplikaci tohoto zákona uvádí Engels proměnu zisku v kapitál, k níž nedochází při libovolné kumulaci peněz, ale až od chvíle, kdy je zaměstnavatel s to dávat stranou část „nadhodnoty", tj. toho, co dělníci vytvoří nad rámec hodnoty své mzdy, a investovat ji opět do produkce zisku. Podobně v případě zákona negace negace, který je chápán jako zákon stupňující dokonalost dialektického procesu, Engels uvádí jako příklad zrušení soukromého vlastnictví založeného na vlastní práci v kapitalistické produkci, která je další negací dovedena k vyšší formě vlastnictví, k vlastnictví kolektivnímu. Ke všemu přitom dochází s nutností a jistotou *přírodního procesu*.[5]

V tom všem – významně tedy v samotné ideji sociálního zakotvení sporu a konfliktu – lze samozřejmě nalézt ozvěny Hegelových tezí, které – zvláště při zohlednění jeho tvrzení, že autor je zodpovědný za své interpretace – znemožňují jednoduše říci, že Engels či Marx Hegela zcela dezinterpretovali. Přesto jsou rozdíly příslušných pasáží zcela zásadní.

Co se přerodu kvantity v kvalitu týče, Hegel se mu explicitně věnuje v části *Logiky* věnované míře, která je vymezena jednak jako kvalitativní kvantita,

3 Tamtéž, s. 10.
4 Engels, F., *Anti-Dühring. Dialektik der Natur*. In: Marx, K. – Engels, F., *Werke*. Bd. 20. Berlin, Dietz Verlag 1975, s. 5–305; český překlad: Engels, B., *Anti-Dühring*. Přel. M. Svatošová. Praha, Svoboda 1949. Další překlady jsou mé vlastní.
5 Engels, F., *Anti-Dühring. Dialektik der Natur*, c.d., s. 115 a 125.

jednak jako spojení kvantity a kvality vůbec.[6] Co má Hegel konkrétněji na mysli, vysvítá z další diskuse, kde hovoří o „lsti pojmu",[7] která napadá zavedená kvalitativní rozlišení, jako jsou např. holohlavost, hromada nebo demokracie, z nečekané strany, totiž úpravou kvantifikovatelné extenze. Vůči jejímu nárůstu, tedy vůči nárůstu či poklesu příslušných předmětů, tj. vlasů, zrnek či lidí, se zdá být totiž příslušná kvalita „lhostejná" („gleichgültig"). Hegel zde přitom nikde nehovoří o žádné zákonitosti či nutnosti případného přechodu od kvantity ke kvalitě, naopak konstatuje, že k takovým přechodům dochází, aniž by byly čistě kvantitativně vyjádřitelné, tj. aniž bychom byli s to jasně stanovit, kvantifikovat, v kterém momentu rozšíření dané skupiny zrníček o další zrnko se z ní stane hromada, jak to tradičně tematizují paradoxy jako *sorités*.

V obecnosti, jež přesahuje problematiku systematicky vágních pojmů, jako jsou hromada či plešatost, jde přitom právě o konstatování, že všechny přírodní přechody nejsou nutně spojité, ale naopak, že jsou jim vlastní nepředvídatelné skoky a ruptury, jak je obecně demonstrují např. náhlé změny skupenství vody, nebo výše zmíněný pojem demokracie, který sice není vázán na konkrétní počet lidí, lze ale čekat, že od jistého – ať už vysokého či nízkého – počtu obyvatel může zkolabovat v jiné politické zřízení. Jak přitom zdůraznil americký pragmatismus, jenž se ve svém vývojovém charakteru k hegelovské tradici více či méně explicitně hlásí, základním pohonem zkušenosti je *zvyk*, k jehož ustanovení dojde podobně nespojitým přechodem od série opakování, např. cvičení na klavír, k náhlému, byť obtížně identifikovatelnému kvalitativnímu skoku, osvojení si jisté dovednosti. Právě proto se také – jak Hegel dávno před pragmatisty zdůrazňuje – zvyk stává naší *druhou přirozeností* a zdrojem svobody.[8]

Tolik k obecné rovině úvodního problému, kterou lze nazvat rovinou filosofickou. Podstatnější je zde pro mne rovina matematická a její splynutí s rovinou logickou, jak se vyjeví v dalším kontrastu vůči Engelsovi. To, co Engels nazývá zákonem negace negace, se snaží např. ilustrovat na násobení dvou záporných veličin $-a$, které nejenže dají dohromady veličinu a^2 kladnou, ale dokonce větší, nežli byla veličina původní. Šťastnější a bližší podstatě věci je příklad z diferenciálního a integrálního kalkulu, kde se podle Engelse zave-

6 Viz Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I: Die objektive Logik. Hrsg. E. Moldenhauer – K. M. Michel. Frankfurt a.M., Suhrkamp 1986, s. 387; a týž, *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse 1830*. Bd. I: Die Wissenschaft der Logik. Mit den mündlichen Zusätzen. Hrsg. E. Moldenhauer – K. M. Michel. Frankfurt a.M., Suhrkamp 1986, s. 224 – český překlad: týž, *Malá logika. Encyklopedie filozofických věd.* 1. díl. Přel. J. Loužil. Praha, Svoboda 1992. Další překlady jsou mé vlastní.

7 Viz Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I, c.d., s. 398.

8 Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse 1830*. Bd. III: Die Philosophie des Geistes. Mit den mündlichen Zusätzen. Hrsg. E. Moldenhauer – K. M. Michel. Frankfurt a.M., Suhrkamp 1986, s. 184 (§ 410).

dení nekonečně malých rozdílů *dx*, *dy* chápe jako negace konečné veličiny *x*, *y*, která je znovuzrozena integrací coby operací inverzní k derivaci.[9] Tento příklad je relevantní právě proto, že na něm lze zdokumentovat, v jaké míře sledují Engels a Marx postupy hegelovské dialektiky pouze formálně a v jaké míře se od nich liší. Výklad infinitesimálního kalkulu totiž tvoří velkou část logiky bytí, konkrétně kapitoly věnované kvantu, přičemž pasáže týkající se míry, tedy i přerodu kvantity v kvalitu, tento výklad jen dále rozvíjejí. V žádném případě přitom nejde jen o epizody z různých oblastí poznání, ale o systematický výklad toho, jak se rozvíjejí jisté kategorie řeči a náš vztah ke světu.

Právě na příkladu infinitesimálních veličin a dalších matematických příkladů lze jednoduše ukázat, že Hegel mluví o přeměně kvantity v kvalitu a negaci negace ve zcela odlišném duchu než Engels, a to jak na úrovni matematické – kdy Hegel zavedení nekonečně malého zcela zřetelně a věcně správně kritizuje a neuvádí ho, jako Engels, coby příklad ospravedlňující spor v matematice –, tak na úrovni logické, v níž se příklad nekonečně malého stane případem obecnějšího problému špatné pojmotvorby. Rozdíl Hegelova a Engelsova výkladu téhož lze pak v jistém extrému vylíčit jako odlišnost filosofické dialektiky a vědecké patafyziky.

2. Od kvality ke kvantitě

Začněme u samotných pojmů kvality a kvantity. Již v běžné řeči se rozlišení kvality a kvantity ukazují jako vzájemně podmiňující a v jistém ohledu sporná. O kvantitativním určení se hovoří tam, kde je vyšší nárok na *přesnost* a zároveň se připouští jistá *ztráta* informace, zatímco o kvalitativních určeních naopak tam, kde je *odhlédnutí* od jistých aspektů problematické a zároveň je nutná nějaká míra *vágnosti*. Takto jsou např. dnes přírodní vědy považovány za exaktní, leč vzdálené každodenní praxi, zatímco humanitní vědy mají pověst disciplín pracujících s pojmy sice vágními, leč srozumitelnými širší veřejnosti. V principu zde máme pěknou ilustraci Hegelových kryptických vyjádření, podle nichž je známé nepoznané a konkrétní abstraktní.[10] Z hlediska jeho filosofie hrají ovšem kvalita i kvantita primárně tradiční roli *kategorií* myšlení.

První z nich, kategorii kvality, lze takto prezentovat jako související s odpovědí na otázku „jaké je to či ono *povahy*?“ (např. červené), kategorii kvan-

9 Engels, F., *Anti-Dühring. Dialektik der Natur*, c.d., s. 127–128.

10 Hegel, G. W. F., *Phänomenologie des Geistes*. Hrsg. E. Moldenhauer – K. M. Michel. Frankfurt a.M., Suhrkamp 1986, s. 35 (§ 31); český překlad: týž, *Fenomenologie ducha*. Přel. J. Patočka. Praha, Nakladatelství ČSAV 1960; a týž, Wer denkt abstrakt?. In: týž, *Jenaer Schriften 1801–1807*. Hrsg. E. Moldenhauer – K. M. Michel. Frankfurt a.M., Suhrkamp 1986, s. 575–581.

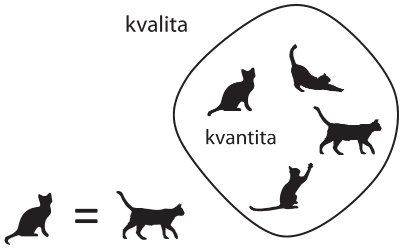
tity pak jako odpověď na otázku „*kolik* toho či onoho je?“ (např. 5). Kategorie míry, kterou k nim Hegel přidává do třetice, vypadá potom přímočaře jako odpověď na otázku „jak je něco *velké*?“ (např. 3,5 lokte), podle Hegela se však navíc jedná o spojení obou kategorií předchozích, tj. kvantity a kvality. Jak tomu rozumět?

Nejprve je třeba podtrhnout zmíněnou následnost, tj. fakt, že kvalitativní rozlišení předcházejí těm kvantitativním – byť se v případě kvantitativních rozlišení fakticky jedná opět o artikulaci nějaké kvality, tj. odpovědi na otázku po povaze toho či onoho. Podstatný je ale jejich odvozený, a tedy vztažný, relativní charakter. Kvalitativní rozlišení je primárně nějaké prezenční, smyslové určení bez dalšího přívlastku. Jelikož určit něco znamená vymezit to vůči ostatnímu, je s *kvalitou* od počátku spojena i *negace*, a to ve smyslu Spinozova *determinatio est negatio*, k němuž se Hegel výslovně hlásí. Určit, co věc je, znamená současně určit, co není, tj. učinit nějaký rozdíl, táhnout nějakou hranici. Pozitivní vymezení toho, co je, které překračuje pouhé triviality typu „je, co je“ či „toto zde tady je“, v sobě vždy již obsahuje negativní vymezení toho, co není. Tolik k samému začátku logiky bytí a k jejímu prvnímu problému, co má být její začátek.

Kvantitativní rozlišení na tomto pozadí fakticky jen pokračují v nastoupené cestě negativního upřesňování. Jejich okamžik přijde ve fázi, kdy kvalitativní určení získá na „šířce“[11] a rozpadne se do diskrétních jednotek, které lze kvantifikovat, tj. počítat a později také měřit. Hegel v tomto kontextu hovoří o kvantitě jako o „překonané kvalitě“ či „bytí, které je lhostejné k určitosti“.[12] Překonání a lhostejnosti je třeba přitom rozumět jako novému zvratu, který v předchozí diferenciaci, odlišení nějaké kvality M od kvality N, tato rozlišení opět popře, ve smyslu tvrzení rovnosti $M = N$. Toto popření, stejně jako sama rovnost $M = N$, přirozeně příslušné kvality neruší v jejich odlišnosti, jinak by je nešlo vůbec formulovat, ale říká, že je jim tato odlišnost v nějakém ohledu lhostejná, totiž v tom, v němž vztažené kvality reprezentují tentýž objekt. Odlišnosti, které takto popřeny nejsou (tj. neplatí pro ně $M = N$), jsou paralelně potvrzeny ($M \neq N$) a vedou k ustanovení odlišných objektů, které lze nyní považovat za odlišné kvantitativně, tj. určit co do počtu. Teprve vím-li, jak lze určit, zda tato kočka je tatáž nebo odlišná od té kočky, kterou jsem viděl včera, mohu příslušnou kvalitu přítomnosti kočky vnímat jako dělenou do konkrétních koček. (Viz obr. 1.) Okolnost, že toto kvantitativní určení dříve možné nebylo, můžeme samozřejmě připsat na vrub jisté vágnosti pů-

11 Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse 1830*. Bd. III, c.d., s. 208 (§ 419).

12 Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse 1830*. Bd. I, c.d., s. 208 (§ 98).



obr. 1.

vodních kvalitativních rozlišení, ale také okolnosti, že samu kvantifikaci je třeba vztáhnout k nějaké kvalitě určující oblast toho, co je počítáno, Fregovými slovy: na otázku „kolik?“ lze odpovědět jen tehdy, je-li specifikováno „kolik čeho?“.[13]

Máme zde tedy vlastně dvojí pohyb, který je spojován s pojmem čísla, totiž *rozpad* nějaké vlastnosti do *diskrétních* objektů, které ji instanciují a které lze počítat právě ve vztahu k ní jako k něčemu lhostejnému, co je nerozlišuje, ale *spojuje*, dělá *kontinuálními*. A to není vlastně nic jiného nežli Platónův problém jednoho v mnohém. Frege ve své vlivné analýze pojmu čísla zdůrazňuje nutnou souhru obou zmíněných momentů, odlišujícího (mnoha) a jednotícího (jedna), která při potlačení jednoho z nich vede tradičně k problematickým definicím, jakou je i původní Eukleidova definice čísla: číslo je z jednotek sestávající množina.[14] Platí totiž, že množina složená ze stejných objektů, např. čísel 1, je ve výsledku množina, v níž je jen objekt jediný, totiž právě číslo 1.[15] Hegel zde v tomto smyslu Fregovu analýzu předjímá, včetně důrazu na koncept identity (znovurozpoznání) při konstituci objektů a jejich následnou kvantifikaci.

Jako jazykové kategorie odpovídají kvalita a kvantita přerodu čistě kvalifikujících, dále nečleněných výroků jako „máma (zde)“, „kočka (zde)“ apod. ve výroky kvantifikující, čehož prototypem a počátkem dalšího rozvoje je subjekt-predikátová věta „*S* je *P*“, kde *S* označuje individuální objekt, který je v nějakém ohledu nezávislý na další kvalifikaci skrze predikát *P*. Označuje-li *S* dále kvantifikovatelnou kvalitu vztahující se k diskrétním objektům, lze formu „*S* je *P*“ dále kvantitativně specifikovat jako „každé *S* je *P*“, „některé *S* je *P*“, tj. přesněji vymezit rozsah predikátu *S*, na nějž se vztahuje predikát *P*. Tím se pozvolna dostáváme k pojmu čistého čísla coby plně rozvinutého kvanta, které nám dovolí nejen dourčit kvantifikaci predikátu ve větách jako „5 *S* je *P*“, např. „5 stromů je zelených“, ale proměnit kvantifikaci v novou kva-

13 Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Breslau, W. Koebner 1884, § 22; český překlad vyšel jako část publikace: Frege, G., *Logická zkoumání a základy aritmetiky*. Přel. J. Fiala. Praha, Oikúmené 2012.

14 Euclid, Elementa geometriae. In: *Euclidis opera omnia*. I–IX. Hrsg. J. L. Heiberg – H. Menge – M. Curtze. Leipzig, Teubner 1883–1916, díl I–IV, kniha VII, def. 2; český překlad: *Eukleidovy Základy (Elementa)*. Přel. F. Servít. Praha, Jednota českých matematiků 1907.

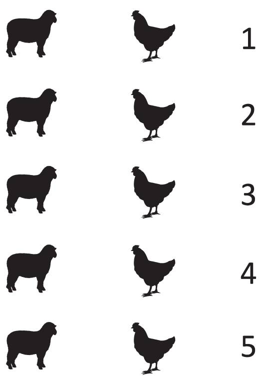
15 Viz Frege, G., *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, c.d., § 54.

litu ve větách jako „5 je prvočíslo“, „některá prvočísla jsou sudá“ atd. Tím je rovněž naznačeno, jak chápat Hegelovu řeč o určování či určitosti, kterých má kvantita či kvantum dokonale nabýt právě v číslu.[16]

3. Pojmenovaná čísla

Určitější či exaktnější povaha kvantitativní oproti kvalitativní řeči se opět standardně odráží v jazyce, kde jsou počet a kvantifikace často užívány ve smyslu racionálního uchopení skutečnosti v obratech jako „vydat počet“, „erzählen“ či „give an account“. Důvodem je, že kvantitativní rozlišení pro svůj původ ve lhostejnosti jistých kvalifikací reprezentují *invariant* určité praxe, její nezávislost na specifických dispozicích jednotlivců, a nabývají tak podobného statusu, jaký mají peníze vůči naturální směně. Z toho také plyne dvojznačný, antitetický status kvanta: na jedné straně jsou zde počítané předměty či předměty směny, o které jde z jistých přirozených důvodů na prvním místě (představují např. zdroj potravy), na straně druhé existuje potřeba jejich sdílení, tj. potřeba samotné směny a prostředků, které ji umožňují. Tyto prostředky musejí být všeobecně dostupné, intersubjektivní, což je důvodem jak vzniku měny, tak – v abstraktnější rovině – čísel coby všem přístupného etalonu stejnosti počtu. Univerzálním médiem je v tomto ohledu jazyk, jehož jsou číslovky součástí.

Mám-li např. jako naši předkové stádo ovcí, zajímá mne přirozeně, zda se jich večer z pastvy vrátil stejný počet, jaký vyrážel ráno. Jak to ověřit? Primárně se mohu snažit porovnat ovce s mojí vzpomínkou na to, jak ráno vypadaly, zde však narážíme jednak na limity naší představivosti, jednak na vážnější problém „soukromého jazyka“, kdy má představivost právě proto, že je zcela závislá na mých subjektivních dispozicích, nedovoluje ve výsledku určit, zda jich ráno *bylo* tolik a tolik, či zda se mi jen *zdá*, že jich tolik bylo. To, co potřebuji, je na mě nezávislý etalon stejnosti počtu. K tomu mohou posloužit např. plaňky v plotě či slepice, jimž po návratu každou z ovcí jedno-jednoznačně přiřadím. (Viz obr. 2.) Je však zřejmé, že při dalším rozšíření příslušné praxe, např. při rozšíření chovu na další stáda, z nichž mi přidělení pastevci budou muset den co den



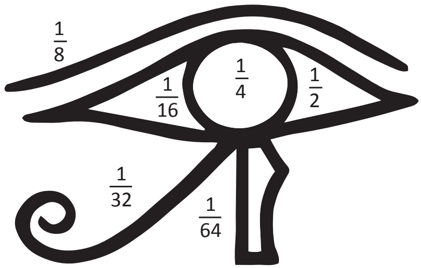
obr. 2.

16 Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I, c.d., s. 231.

skládat počet, mi nebudou údaje typu „ovcí je stejně jako slepic“ právě pro svoji vazbu na danou situaci příliš platné. To, co hledám, je údaj, který i tyto situace překračuje, a je tedy v tomto smyslu určitější.

Čísla představují srovnávací etalon, který, podobně jako peníze pro potřebu směny, může mít takříkajíc každý ve své kapse. Tato jejich role je navíc neobyčejně flexibilní, neboť jsou libovolně prodloužitelná, dovolují tedy vyjádřit libovolně velký počet, což je i základem skutečnosti, že jejich množina 1, 2, 3, 4, 5, ... je zároveň i posloupností, tj. případné přiřazení počítaných objektů číslům odpovídá nejen na otázku „kolik čeho?“ ale i na otázku „kolikátý v řadě?“. Odtud pak společných původ tzv. kardinálních a ordinálních čísel.

Vazba čísel na původní kvalitu je přitom v tomto kontextu jasná a historicky jí odpovídá i fenomén tzv. *pojmenovaných* čísel, což jsou pevné součásti komplexní fráze jako „5 jablek“ či „2,5 lokte“. Skutečnost, že výrazy jako „5“ či „2,5“ neoznačují objekty specifických vlastností (např. prvočíselnost) nebo jejich vztahy (5:2), ale jen momenty jistých vysvětlení, se názorně ukazuje na egyptské matematice, která namísto s našimi racionálními čísly pracuje s tzv. *kmenovými zlomky*. Ty nelze chápat jako poměry dvou přirozených čísel, ale primárně jako pojmenované proporce v rámci kanonického obrazce, např. tzv. Horova oka, který figuruje v praktických návodech na řešení standardních úloh, např. zjištění objemu sýpky nebo výšky pyramidy. (Viz obr. 3.) Odkaz typu „2,5 lokte“ je proto třeba číst jako „odměř dvakrát délku lokte a přidej jeho polovinu“, podobně jako „5 jablek“ znamená např. „odebírej jablka z košíku a při každém vyjmutí si nakresli čárku, až dojdeš k figuře IIIII“. Toto prakticko-algoritmické použití čísel ostře kontrastuje s použitím teoreticko-matematickým, již proto, že egyptské návody k řešení téže úlohy vedou často k mírně odlišným výsledkům, tj. nemají charakter matematických vět s nárokem na situačně nezávislou (invariantní) pravdivost. Ta odpovídá až dalšímu určení a rozvoji kvanta.



obr. 3.

Uvedené příklady přitom ukazují, že kvantifikace skutečnosti se v důsledku netýká jen množin, tedy kvalit diskretizovaných do objektů, ale i délek, objemů, dob apod., které nejsou diskrétní v tom smyslu, že se do nich zvolená míra nutně nevejde celá a je ji třeba dále dělit. Je nyní otázka, zda tuto okolnost tematizovat ještě pod hlavičkou „kvantity“, nebo, jak činí Hegel, ji přesunout až pod kategorii míry, jak to odpovídá i vymezení reálných čísel jako čísel měrných (*Maßzahlen*), odpovídajících na otázku „jak veliké?“, resp. „jak veliké ve srovnání s jednotkovou veličinou?“. Tento problém zatím ponechme stranou a zdůrazněme, že důležité je už vědomí, že otázka měření nediskrétních veličin souvisí se samotným zrodem diskrétnosti, a tedy zrodem kvanta z negace nějakých kvalit, neboť tato původní kvalitativnost zůstává v příslušném měření vždy přítomna a „lstivě“ se dostává opět na povrch, jak na to upozorňují známé matematické antinomie, od Zénónových po Kantovy.

4. Počítání a měření

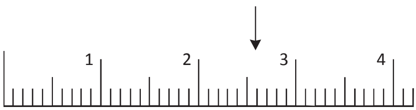
Řekli jsme, že otázka „kolik?“ vyžaduje specifikaci počítaného kvanta nějakou kvalitou, např. „kolik ovcí nebo jablek?“. Tato specifikace zároveň určuje *jednotku*, kterou je daná diskrétní veličina měřena. Standardem tohoto měření jsou ovšem až symboly 1, 2, 3, 4, 5, ..., tedy obecně přístupná *čistá* čísla. Podobně vyžaduje otázka „jak veliké?“ nejprve specifikaci měřené veličiny, např. délky konkrétního pole, s níž ale na rozdíl od veličin diskrétních není dán měřící standard, právě proto, že se jedná primárně ještě stále o rozdíl kvalitativní. Jeho kvantifikace spočívá právě ve volbě měrného standardu, jímž by opět mělo být něco, co má každý bezprostředně k dispozici. Odtud tradiční měrné jednotky stop, loktů a palců.

Na rozdíl od počítání nedochází u měření, které je zjevně na praxi počítání závislé – v odpočítávání jednotkových standardů –, právě s ohledem na původní kvalitativnost, k automatickému „překrytí“, tj. na konci odpočtu je zde zpravidla nějaký signifikantní zbytek menší nežli zvolený standard. (Viz obr. 4.) Můžeme říci, že na rozdíl od počítání je měření z povahy *aproximativní*. Otázka nyní je, zda se lze této aproximativnosti nějak zbavit, tj. zda lze dovést určení veličiny k větší či definitivní dokonalosti. To je otázka po větší nezávislosti na situačních, tj. subjektivních faktorech.

obr. 4.

K nim patří už závislost na etalonech, jako jsou specifické délky částí našeho těla, které se přirozeně člověk od člověka liší. Volba kanonického „metru“, jakož pravzor byl umístěn v Paříži, je prvním krokem na této cestě. Z praktického hlediska se přitom zjevně jedná o krok zcela optimální. Teoreticky lze však i jej dále „zdokonalit“, totiž když otázky měření přeneseme z empirického terénu do terénu ideálně geometrického a zabýváme se vztahy veličin v rámci kanonických forem, např. ve čtverci, mnohoúhelníku či kruhu. Měření nějaké veličiny, např. obdélníka, provádíme v rámci tohoto tvaru samého, např. měříme-li jednu stranu *A* stranou druhou *B*.

Řekněme, že poté co *B* od *A* několikráte odečteme, zbyde signifikantní zbytek *C*. Nyní je třeba rozhodnout, jak postupovat dál. Současný standardní způsob spočívá v tom, že veličinu, kterou užíváme jako metr, rozdělíme na několik menších částí stejné délky, např. dvě nebo deset, jak to odpovídá běžné dekadické notaci. (Viz obr. 5.) Takto získaným dílem pak měříme zbytek a případný nový zbytek měříme dále rozděleným dílem metru na stejný počet částí atd. V případě dekadické notace tak získáváme jistý počet jednotek, desetin jednotky, desetin desetin, tj. setin jednotky atd., což pak alternativně zaznamenáváme v desetinnému rozvoji jako 2,582. Ten znamená, že jsme po třetím rozdělení jednotkové míry na deset dílů dospěli k vyčerpání zbytku, a tedy i k plné kvantifikaci příslušné veličiny.



obr. 5.

Poznamenejme stranou, že tento způsob měření vede k obohacení původního oboru přirozených čísel o nulu, která zachycuje situaci, v níž se po konkrétním dělení předchozího měřítka na daný počet částí takto zmenšené měřítko stále nevejde do měřeného zbytku, tj. je třeba dělit rovnou dál.

Ještě čistší kvantifikace můžeme pak dosáhnout tím, že odstraníme vazbu na arbitrárně zvolený počet dílů, na nějž jednotkovou míru opakovaně dělíme, tím, že střídavě proměňujeme měřicí veličinu ve měřenou a *vice versa*. Tento způsob, známý z antiky pod názvem *antifairésis*, neboli střídavé odčítání, spočívá v tom, že jednotková veličina není dělena na další díly, ale je naopak sama měřena získaným zbytkem, který je z definice menší než ona. Výsledná posloupnost přirozených čísel pak kvantifikuje příslušnou veličinu. (A to aniž by bylo třeba zavádět nulu.) V oblasti diskrétních veličin je tento postup znám jako tzv. *Eukleidův algoritmus* pro zjištění největšího společného dělitele, což je poslední z takto získaných veličin, která v případě veličin nediskrétních neboli spojitých představuje společnou míru výchozích veličin, tj. veličiny měřené a (relativní) jednotkové míry. Proč tomu tak je, není obtížné nahlédnout, všimneme-li si, že se každá z veličin vejde do veličin předchozích se zbytkem, který je dalším členem takto konstruované posloupnosti. Její poslední člen se tedy musí vejít beze zbytku do všech veličin předchozích, a tedy i do počáteční měřené a jí následující měřicí veličiny.

Oba předchozí způsoby plné kvantifikace veličin byly založeny na dvou konstitutivních předpokladech:

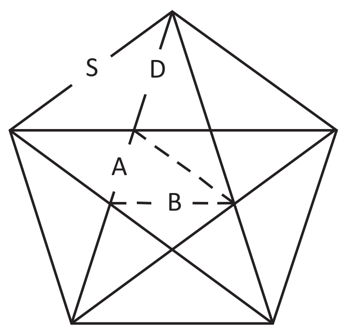
(1) Prvním předpokladem je okolnost, že při srovnání dvou veličin lze postupným odčítáním jedné od druhé tuto druhou přesáhnout, tj. ona první se do druhé vejde nějakým specifickým počtem *m*.

Kdyby tomu tak nebylo, byla by buďto první veličina nekonečně malá, nebo druhá veličina nekonečně velká, což by kvantifikaci v obvyklém smyslu vylučovalo. Této okolnosti, kterou lze při $A > B$ vyjádřit jako existenci přirozeného čísla m, pro něž platí $A < mB$, se říká archimédovský axiom.

(2) Druhý předpoklad vychází z toho, že při měření jedné veličiny druhou tento proces povede k nějakému cíli, tj. že nejen na úrovni měření veličiny A veličinou B, která vede, jak požaduje předpoklad (1), ke zbytku C menšímu než B, ale i v dalších etapách měření, tj. při měření B zbytkem C atd., dospějeme nakonec k veličině, jíž bude beze zbytku měřena veličina předchozí, a tedy kvantifikován poměr A a B.

Toto je předpoklad souměřitelnosti. Otázka, zda předpoklady (1)–(2) platí, není přitom nijak triviální.

Je přitom zjevné, že první předpoklad snadno udržíme jak v rámci empirického měření, tak v rámci syntetické, tj. názorné geometrie. Druhý předpoklad přináší v tomto ohledu změnu. Zatímco z empirického hlediska povede, zdá se, každé měření, např. při určování délky hrany stolu, k nějakému konkrétnímu dílu, který je společný této hraně a měrné veličině, např. běžnému metru (což pak vyjádříme třeba údajem 2,334 m, se společným dílem odpovídajícím jednomu milimetru), u čistých geometrických forem taková situace nastávat nemusí. V rámci čtverce či pravidelného pětiúhelníka lze při měření diagonály stranou dokázat, že souměřitelné nějakým společným dílem být *nemohou*. (Viz obr. 6.) U pravidelného pětiúhelníka plyne nesouměřitelnost hned z faktu, že odečtení strany S od diagonály D vede k diagonále B menšího pětiúhelníka, jenž je tvořen vepsáním všech diagonál pětiúhelníka výchozího, a že odečtení této menší diagonály od původní strany vede zase ke straně A menšího pětiúhelníka, což znamená, že se celý proces bude opakovat bez nejmenší naděje na konec, neboť odečtení strany od diagonály vede vždy k diagonále a odečtení diagonály od strany ke straně zmenšujících se pětiúhelníků. Na rozdíl od dnešního nekonečného desetinného rozvoje reálných čísel typu 1,61803... (tj. zlatého řezu, jenž tvoří právě poměr diagonály a strany pětiúhelníka) či 3,14159..., jež tuto nesouměřitelnou situaci zachycují, nelze však příslušný fenomén chápat jako bezprostředně vedoucí k novému typu kvanta – reálným číslům –, ale jako selhání kvantifikačního procesu.



obr. 6.

Řeč o nekonečnu, tj. popření konečnosti nějakého určení, má právě tuto povahu, tj. konečností veličiny – jak Hegel předpokládá – není zprvu míněno nic jiného než její určitost, tj. veličina je v nějakém ohledu konečná přímo z definice.

5. Stupně kvantifikace

V procesech, které jsme popsali, dochází – Hegelovou terminologií – k dalšímu rozvoji kvanta,[17] resp. kvantitativní řeči. Viděli jsme, že na jejím počátku stojí diskretizace kvality, a tedy i proměny kvalitativní diference na kvantitativně artikulovaný – rozdělený – soud (*Ur-Teil*), jehož modelem je subjekt-predikátová věta. K diskretizaci kvality – uchopené jako první negace – Hegel dochází přitom skrze negaci druhou, v níž jsou jisté kvality rozlišené první negací ve své různosti popřeny – Hegel říká *atrahovány*, k sobě přitaženy – a jiné naopak v této odlišnosti potvrzeny – Hegel říká od sebe *odpuzeny*. Z logického hlediska zde nemáme nic jiného než tvrzení rovnosti $M = N$ a nerovnosti $M \neq N$, kdy rovnost chápeme jako popření nerovnosti a nerovnost jako její potvrzení.

Logické síly odpudivosti a přitažlivosti, jež vedou k ustanovení kvanta, jsou fakticky zodpovědné i za jeho další klasifikaci na kvantum diskrétní a kvantum spojité. U spojitosti je tato souvislost dána jednoduše tím, že to, co bude atrahováno a co bude odpuzeno, není nijak pevně dané, což znamená, že lze v rámci dané sféry kvalitativních rozdílů dospívat k bohaté sféře rozdílů kvantitativních. Dokladem toho je i možnost dalšího dělení délek, která bývá zprvu vyzdvihována jako specifikum *spojitého* kvanta. V principu ale platí to, co říká Hegel, totiž že kvantum je v nějakém ohledu obojí, diskrétní i spojité, a to jak co do svého vzniku z atrakce a repulze, tak z hlediska svého původu v kvalitě, která mohla být kvantitativně rozvinuta – negována – jinak.[18] Řešení Zénónových a Kantových antinomií může být takto každopádně odvozeno nikoli z mezí našeho rozumu, ale naopak z jeho dialektické povahy, která všechny meze nejprve stanovuje (táhne jisté hranice, neguje), aby je hned nato mohla překonat. Jelikož skutečnost vzniká z obojího, přitažlivosti a odpudivosti konstitutivních sil, nelze ji vidět jinak než jako spornou.[19]

Tento základní spor se nám přitom opakuje na úrovni přirozeného předpokladu souměřitelnosti, tj. kvantifikovatelnosti skutečnosti, na straně jed-

17 Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse 1830*. Bd. I, c.d., s. 214 (§ 102).
18 Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I, c.d., s. 212 a s. 228.
19 Tamtéž, s. 216–227.

né a objevu nesouměřitelnosti, který tuto kvantifikaci zpochybňuje, na straně druhé. V širším plánu je ale toto zpochybnění pouze dočasné, analogické prvotnímu zjištění, že spojité veličiny nelze kvantifikovat beze zbytku, a následnému určení tohoto zbytku pomocí posloupností dalších měření. Na tom všem je zajímavé zejména to, že sám proces kvantifikace prochází jistými *kvalitativními* změnami: nejprve máme předpoklad kvantifikace nějaké veličiny veličinou jinou, narazíme však na zbytek jako kvalitativní reziduum; ten můžeme buď zanedbat, nebo tvrdit, že lze kvantifikaci provést alespoň nalezením společné míry, načež narazíme na fenomén nesouměřitelnosti; ten můžeme odstranit nekonečnými aproximacemi pomocí přirozených či racionálních čísel, avšak musíme vyjasnit, jak tuto nekonečnost chápat atd. K tomuto poslednímu bodu se dostaneme záhy.

Přesuneme-li se nyní rovnou k čistým kvantům, tj. nejprve k přirozeným číslům 1, 2, 3, 4, 5, ..., pak první, co dostaneme z problematiky měření, jsou poměry přirozených čísel, jež dají později vyvstat číslům racionálním. Těm lze zprvu rozumět jako způsobům, jak vyjádřit délku nějaké veličiny ve vztahu ke konkrétní jednotkové míře, např. metru, kdy údaj 6/5 metru znamená, že se do měřené veličiny vešel metr jednou a zbytek šlo přeměřit jeho pětinou. Tato pětina 1/5 je také společnou měrou obou, měřené veličiny i metru. Alternativní zápis, vycházející z předchozího rozhodnutí měřit veličiny sukcesivním dělením jednotkové míry na deset částí, by vedl k údaji 1,2 metru. I ten ovšem vyjadřuje pojmenované číslo.

K čistým číslům se dostaneme již zmíněnou abstrakcí od situační závislosti na konkrétní jednotce, typicky právě v ideálních geometrických tvarech, jejichž idealita nespočívá v opuštění konkrétní realizace, např. vždy nepřesných kreseb na papíru, ale v zaměření se na jisté invariance této kresby vůči jiným, např. větším či menším, realizacím *téhož*. Tím dospějeme souběžně k pojmu geometrické formy, např. „čistého“ kruhu či čtverce. V oblasti číselných poměrů bylo přitom historicky příslušné invariance dosaženo skrze vztahy harmonických intervalů, postřehem, že ty zvláště lahodné jsou produkovány strunami (či jinými oscilátory) v jednoduchých poměrech délky jako 1:2 (oktáva), 2:3 (kvinta) či 3:4 (kvarta). Na základě toho byla dále identifikována melodie jako něco, co lze sdílet hlasy s různými rejstříky a je jim takto všem společně k dispozici, aniž bychom však postulovali něco „třetího“ mimo ně. Hudební oblast přirozeně nabízí velký prostor pro další rozvinutí tématu přerodu kvantity v kvalitu.

Všimněme si nyní, že zatímco u přirozených čísel byla vazba na původní kvalitu zcela potlačena, zůstává v případě čísel racionálních stále přítomno její torzo, a to v jednoduchém faktu, že vyjadřují poměr – neboli vztah – jedné veličiny k druhé, tj. vyjadřují závislost dané míry na předchozí konvenčně zvolené měrné jednotce. Primárně se proto nejedná o kvanta, ale o poměry kvant, kdy přirozená čísla lze nahlížet jako speciální případ této závislosti ve tvaru $m/1$. Hegel zde hovoří o kvantitativním vztahu a jeho kvalitativní podmíněnosti.[20] Proměnu poměrů veličin ve veličinu komentuje Hegel opět termínem „lhostejnosti", která v tomto případě znamená další negaci, např. popření různosti dvojic 1/2 a 2/4 a potvrzení různosti dvojic 1/2 a 1/3. Obecné schéma, podle kterého k této negaci dochází, lze pojmout přímo jako definici racionálního čísla z dvojic čísel přirozených, totiž stanovením, že $m/n = p/q$ tehdy a jen tehdy, když $mq = pn$.

U reálných čísel je třeba dovést proces kvantifikace o něco dál, totiž tak, aby pokryl případy, kdy nejenže nedojde ke kvantifikaci beze zbytku, ale tento zbytek nelze vyčerpat ani výše uvedeným způsobem dalších a dalších dělení, případně střídavým odčítáním, jednoduše proto, že ani jeden z těchto způsobů „vyčerpání" nekončí. Nekonečnost celého procesu je ovšem *racionální,* tj. rozumové povahy, nahlédnutá na ideálních tvarech, protože, jak bylo řečeno, čistě empiricky bude každý zbytek vyčerpán, a každý poměr tedy reprezentovatelný racionálním číslem. Zdá se proto, že se nám tu začínají ostře otevírat nůžky mezi původní kvalitou kontrolovanou a kontrolovatelnou prezenčně, tady a zde, a odvozenou kvantitou, která se stupňováním nezávislosti na situaci postupně přesouvá do jinosvěta platónských forem, kde je na nás, zdá se, zcela nezávislá. To nás přirozeně přivádí k otázce problému aplikace racionálních vysvětlení, která jsou s kvantifikací spojena, na empirickou skutečnost.

6. Špatné nekonečno

Je-li cézura, která se objevuje mezi světem kvalitativních a kvantitativních jsoucen, říší smyslových věcí a idejí, nahlížena jako cézura ontologické povahy, zapomíná se, že se vlastně jedná stále o produkt původní negace v oblasti kvalitativních rozdílů. A tato negace je naše negace, tj. námi provedený rozdíl. To je třeba mít na paměti také u negace, která nachází zvláštního uplatnění v matematice, totiž negace konečnosti, a u jejího produktu: pojmu nekonečna. V jeho konstituci dochází rovněž k plnému vyjádření problematika *dvojí* negace, kterou Hegel s nekonečností explicitně spojuje[21] a kterou Dühring posměšně komentuje jako vágní schéma, v němž první negace hraje katechetickou roli upadnutí do hříchu, zatímco druhá symbolizuje jednotu vedoucí ke spasení.[22] Ve vztahu k našemu výkladu zde ale nemáme vlastně nic jiného nežli tvrzení původní vágnosti, která je stále skryta v kvalitativní

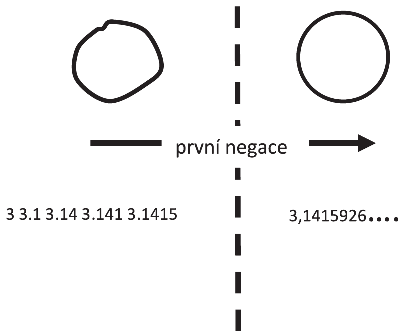
20 Tamtéž, s. 372.
21 Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I, c.d., s. 150.
22 Citát uveden in: Engels, F., *Anti-Dühring. Dialektik der Natur*, c.d., s. 121.

určitosti – vymezení toho, co kvalita je, skrze to, co není – a v jejím rozvinutí v kvantitativní určitosti, v níž se skrze popření určitých kvalitativních diferencí zrodí nějaký diskrétní předmět. Tento předmět se přitom nikdy nezrodí sám, ale vždy se současným určením dalších předmětů. Tím se dostáváme k rozdílu kvalitativní a kvantitativní nekonečnosti.

Hegel se u tohoto tématu opírá o Kantovy antinomie, v nichž se antinomie kvantity, v pořadí první, týká hranic světa a možnosti jejich překonání, zatímco antinomie kvality, v pořadí druhá, tematizuje neomezenou dělitelnost hmoty, tedy problém, zda má svět nějakou substanci. Pro Hegela se přitom nejedná o rozlišení kosmologická, ale obecně pojmová.

Kvalitativní nekonečnost primárně odkazuje k možnosti činit neomezené množství kvalitativních rozlišení, čemuž pak na vyšší, kvantitativní úrovni odpovídá možnost opakovaného dělení spojitých veličin, zatímco *kvantitativní nekonečnost* poukazuje na neomezenost procesu utváření kvanta, která se projevuje při počítání veličin diskrétních. Na úrovni empirické, členěné do různých kategoriálních rodů, jako jsou zvířata, nástroje, události atd., dojdeme od libovolného m vždy k nějakému $m + 1$ – ani ne tak v tom smyslu, že by bylo počítaných objektů, např. koček, „reálně“ nekonečně mnoho, ale proto, že jsme s to příslušné kvality aplikovat ve zcela nových situacích, tj. na případy koček, které jsme dosud neviděli. Každá diskretizovaná kvalita je v tomto ohledu ne-konečná, neboť je spojena s kritériem, které dovolí pro libovolný předmět aplikace říci, zda mu přísluší či nikoli. Tato inherentní nekonečnost diskretizovaných kvalit je dále explikována v oblasti aritmetiky prostřednictvím konstituce čistých čísel 1, 2, 3, 4, 5, ..., která jsou sama produkty prezenčních rozlišení typu 2, 8, $3 + 5$, $7 - 2$, 8^2 atd. skrze popření a potvrzení jejich nerovnosti jako $8 = 3 + 5$, $3 + 5 \neq 7 - 2$ atd.

Říci, že je něčeho nekonečně, znamená v první řadě popření jisté určitosti, což ale platí o negaci obecně. Řekneme-li, že věc není červená, pak ji přirozeně specifikujeme, ale ne dost na to, abychom věděli, jakou barvu vlastně má. Říci, že je žlutá, ovšem rovněž samo o sobě nepomůže, nejsme-li s to žlutou odlišit od celého spektra dalších barev. K tomu už je ovšem třeba sféru barev v nějakém ohledu diskretizovat, tj. atrahovat k sobě např. jisté blízké odstíny jako případy téhož a naopak odpudit od sebe odstíny jiné jako případy odlišných barev. Podobně a vlastně z téhož důvodu nebude různá zabarvenost jistých fenoménů důvodem pro odmítnutí tvrzení, že se jedná o případy téhož předmětu, např. s ohledem na různé nasvícení nebo stárnutí materiálu. Ontologická cézura mezi světy vyvstává tehdy, když si nevšimneme, jak zásadní roli hraje tato druhá negace v určení toho, o čem mluvíme. (Viz obr. 7.) Právě z druhé negace totiž vyvstává rozdíl mezi původními kvalitami a kvantitami, které jsou oněmi kvalitami reprezentovány, aniž by s nimi byly totožné. Reprezentace kruhu je v tomto ohledu vždy pouze ne-dokona-



obr. 7.

lou, neboť on sám coby ideální forma spočívá až v celku všech dalších, lepších či horších, reálných určení. To ovšem neznamená, že se kruh sám nachází mimo říši smyslově vykazatelných kvalit, v oblasti pravé dokonalosti coby popření našeho aproximativního a ne-dokonalého světa, stejně jako je marné hledat mimo náš svět, v jeho zásvětí, věčnou spravedlnost, kterou tam odešleme prostým popřením inherentní špatnosti a nedokonalosti lidstva. Takové čtení spočívá ve vytěsnění druhé negace a zaměření se na první negaci, která je vůči této druhé negaci „pouhým" popřením bez nároku na další určení. Hegel diskutuje tento problém pomocí pojmu *reálna* a *ideálna*, kdy ideálno odmítá chápat jako prosté popření reálna, ale jako reálno modifikované druhou, idealizující negací.[23] Opět platí, že matematika činí tento ideální rys naší řeči o světě explicitním v úvahách či metaúvahách nad nekonečností kvanta.

Primárně je přitom konečnost kvanta synonymem pro jeho určitost, např. ve smyslu jasné a určité odpovědi na otázku „kolik?" či „jak velký?". Na případě nesouměřitelných veličin nebyla při zavedených postupech taková odpověď dosažena a celý proces určení míry pokračoval jednoduše dál, aniž by se k nějaké míře dostal. Jeho ne-konečnost tedy nebyla primárně určením nového kvanta, ale jeho nedostatkem, *deficitem určení*. Právě pro tento případ nedourčenosti používá Hegel termínu „špatného nekonečna", které je ale případem obecnějšího deficitu užití „špatné" negace.

Špatnou negací přitom není nic jiného než jakákoli negace, která je vzata absolutně, bez vztahu a potřeby dalšího upřesnění skrze další popření. Stekeler v této souvislosti upozorňuje, že výraz „schlecht" byl tradičně užíván ve významu „schlicht", „prostý", „pouhý", jak se stále ještě objevuje ve slovech jako „schlechtweg" či „schlechthin".[24] Lze říci, že první negace představuje jen prosté popření daných rozdílů, odkaz ke druhé straně tažené hranice, aniž by pozitivně lokalizovala, co určeno být má. S ohledem na bytostnou negativitu každého určení, ve smyslu „determinatio est negatio", je toto

23 Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I, c.d., s. 165–166.

24 Stekeler-Weithofer, P., *Philosophie des Selbstbewußtseins. Hegels System als Formanalyse von Wissen und Autonomie*. Frankfurt a.M., Suhrkamp 2005, kap. 7; český překlad této kapitoly: týž, Hegelova filosofie matematiky. Přel. T. Matějčková. In: Kolman, V. – Roreitner, R. (eds.), *O špatném nekonečnu*. Praha, Filosofia 2013, s. 569–600.

pozitivní určení identifikováno takříkajíc na základě vlastních zdrojů v druhé negaci, která v případě popření konečnosti vede k pravému pojetí nekonečna. Všimněme si již zde, že zmíněný zvrat a potřeba další negace v sobě obsahuje dialektiku vývoje, která je spíše než na výsledek, jenž bude nakonec stejně negován, orientována na proces určení samotný.

V oblasti čistých kvant je toto pojetí určitosti jasně spojeno se vznikem reálných čísel coby zpředmětněním nekončícího aproximativního procesu. Toto zpředmětnění – a tedy následná diskretizace – jsou možné právě proto, že neomezená posloupnost veličin, která měla kvantifikovat poměr měřené a měřicí veličiny, sice nemůže prokazatelně končit, ale pohybuje se v jasně vymezeném – a tedy určitém rámci – srovnávání dvou konečných veličin, a je v tomto smyslu sama konečná. Pro Hegela je symbolem této konečné nekonečnosti, kterou nazývá *nekonečností pravdivou*, kruh.[25] V principu by šlo ale použít i případ pravidelného pětiúhelníka s vepsanými diagonálami, v němž jde sice posloupnost dalších pětiúhelníků – a tedy i veličin kvantifikujících poměr diagonály a strany – *ad infinitum*, nikoli však *ad indefinitum*. Řečeno jinak, nekonečný progres je sice neomezený, ovšem pouze v tom ohledu, že za každým členem následuje nějaký další, nikoli co do neurčitosti toho, který člen to má být. Reálná čísla tedy nevznikají pouhým deficitem určitosti ve výrazech jako 0,28571..., ale v popření toho, že tento progres pokračoval zcela neurčitě, např. skrze konečný výraz 2/7 = 0,28571..., což je Hegelův vlastní příklad.[26] U iracionálních čísel je daný konečný výraz spojen s algoritmem, který tento rozvoj řídí, jako např. u čísla π = 3,14159...

Podobně jako byla racionální čísla určena stanovením relace lhostejnosti, resp. sil atrakce a repulze, mezi původními kvanty, jsou reálná čísla stanovena lhostejností mezi takto finitizovanými nekonečnými výrazy, např. stanovením lhostejnosti výrazů 0,4999... a 0,5000... apod. V praktickém smyslu se toto rozhodnutí opírá o pozorování, že sice nejsme s to nalézt společnou míru libovolných dvou veličin, ale jsme s to nalézt míru, kterou je změříme s libovolnou předem danou přesností, tj. dostaneme se pod libovolný předem daný zbytek. K těmto aproximacím se pak pro tuto svého druhu konečnost chováme jako k novému typu kvanta.

7. Nekonečně malé veličiny

Výraz 0,49999... popisuje zjevně posloupnost racionálních veličin, které zleva aproximují rozdělení jednotkové veličiny na polovinu. Proto také můžeme stanovit 0,4999... = 0,5000..., kdy pravou stranu chápeme jako jakousi nevlast-

25 Hegel, G. W. F., *Wissenschaft der Logik*. Bd. I, c.d., s. 164.
26 Tamtéž, s. 287.

ní, degenerovanou aproximaci, která hned v prvním kroku dosáhla svého cíle. V tomto smyslu se aproximace 0,4999... svému cíli neustále blíží, neboť překonává každou konečnou vzdálenost od aproximace 0,5000..., ale přesto se od ní vždy pozitivně liší. Byly to právě podobné úvahy na téma aproximací, co vedlo opakovaně k řeči o *nekonečně malých kvantech*. Ta došla vrcholného uplatnění v rámci Newtonova a Leibnizova infinitesimálního kalkulu, a to v inverzních problémech určení směrnice tečny k dané křivce (v metodě rozdílů, diferenciálů) a určení plochy dané touto křivkou a abscisou (v metodě součtů, integrálů).

Podíváme-li se na první problém, pak v základní verzi vychází z toho, že křivka vyjádřená funkcí f má v bodě x tečnu, jejíž směrnici a lze odhadnout s libovolnou přesností jako směrnici sečny v bodech x a $x + h$, což je číslo dané poměrem rozdílů $f(x + h) - f(x)$ a h, tedy poměrem změny v hodnotách funkce f při změně argumentu x o rozdíl h. Pro klesající h se přitom směrnice sečny blíží k hodnotě směrnice tečny, až nakonec splynou. Tento moment splynutí ovšem nelze stanovit jako $h = 0$, neboť pak přestává dávat příslušný poměr smysl, jelikož se 0 objevuje ve jmenovateli, což bylo řešeno zavedením výrazů dx a dy pro nekonečně malé rozdíly v pohybu proměnných x a y. Směrnice tečny je takto odvozena ze směrnice sečny jako poměr dvou nekonečně malých veličin dy/dx a výraz df/dx označuje derivaci funkce f podle proměnné x, tj. funkci, jejíž hodnotou je směrnice tečny v bodě x.

Hegel ve své *Logice* tyto pojmové obraty infinitesimálního kalkulu podrobně a na značném prostoru komentuje nikoli proto, aby ukázal platnost zákonů vývoje skutečnosti, jak se domnívá Engels, ale s ohledem na způsoby pojmotvorby, které považuje za zcela chybné. Pointa jeho námitek proti zavedení nekonečně malého uvedeným způsobem je přitom zcela korektní a nelze jednoduše tvrdit, jako to dělá např. Stanley Rosen v jinak podnětné interpretaci Hegelovy logiky, že byly dané problémy eliminovány až později notací nové Cauchyho a Dedekindovy analýzy.[27] To platí již proto, že tato analýza se záhy začala opírat o pojem *nekonečně velkého*, jak ho zpropagoval Cantor ve své teorii množin. Z Hegelova hlediska přitom nejde ani tak o samotný pojem „nekonečného kvanta“, který se může zdát vnitřně sporný, ale o způsob jeho zavedení, jenž jednoznačně identifikuje v prostém (= špatném) popření konečnosti jistého rozdílu, na jehož místo není skrze další upřesnění postaven rozdíl nový. Výrazy dx a dy postrádají tuto určitost jednoduše proto, že není jasné, jaký vztah mají k dalším veličinám oboru a samy k sobě, což vede k četným nejasnostem a rozporům v rámci kalkulu samotného.

27 Rosen, S., *The Idea of Hegel's Science of Logic*. Chicago, The University of Chicago Press 2014, s. 186.

Berkeley ve svém *Analytikovi*[28] takto upozorňuje na to, že kalkulus opakovaně využívá jak předpoklad $dx = 0$, tak předpoklad $dx \neq 0$, a tedy i výsledek $dx \neq dx$, např. když při výpočtu derivace funkce x^2 skrze diferenci $(x + dx)^2 - x^2 = 2xdx + dx^2$ nejprve tento výraz vydělí dx, tj. předpokládá jeho pozitivní velikost, poté ovšem ve výsledku $2x + dx$ toto dx zanedbá jako nepodstatné a dospěje k vyjádření $d(x^2)/dx = 2x$. Z hlediska slovníku aproximací je zde vlastně spojováno dvojí:

(1) jednak fakt, že jistá posloupnost aproximuje nějakou konečnou veličinu,
(2) jednak fakt, že jí nikdy nedosáhne, což je vyjádřeno existencí nekonečně malého rozdílu *dx*.

Hegel ve své analýze vlastně upozorňuje na kategoriální omyl při míchání těchto dvou způsobů řeči, což pak artikuluje rozdílem jedné a dvojí negace. Z těchto jeho závěrů přitom nijak neplyne, že nejde eventuálně výrazy pro nekonečně malá kvanta legitimizovat, jak to později ostatně učinil Robinson ve své nestandardní analýze. V rámci analýzy, která se ustanovila jako standardní a která je spojována s Cauchym a především Weierstrassem, byla však příslušná řeč právem eliminována ve prospěch konečných kvant určených nekonečnými aproximativními procesy. Tyto procesy přitom, jako např. v případě poměrů v rámci kruhu a příslušné konstanty 3,14159..., či všech iracionálních veličin, neaproximují předem danou veličinu, ale jsou samy za takovouto veličinu prohlášeny skrze stanovení rovností a nerovností mezi příslušnými reprezentacemi, tj. specifikací toho, kdy lze dvě racionální aproximace považovat za aproximace téhož kvanta.

Z hlediska vývoje a dalšího určení pojmu kvanta lze případ nekonečně malých veličin a jejich roli v Hegelově logice uvést jako ukázku toho, že ne každá negace a z ní plynoucí spor mohou být v dané historické situaci plodně přetvořeny v pozitivní rozdíl, jak se to např. stalo v případě nesouměřitelnosti, která dala vzniknout něčemu zprvu logicky nemožnému, totiž iracionálnímu ráciu, obecně pak reálnému číslu. Vidíme na tom, že příslušná rozlišení zde neexistují jaksi o sobě, ale vyžadují to, čemu Hegel říká „práce (na) pojmu".[29] Zdar určitých teoretických rozdílů, které s ohledem na svou invariantní povahu reprezentuje kvantitativní řeč, se přitom poměřuje právě ve vztahu k původní kvalitativní sféře, rozuměj: k tomu, co se nějak osvědčí tady a teď, čímž může být přirozeně míněn jak daný okamžik, tak celá epocha. Kromě úzce vymezené matematické otázky, jak se vztahují tvrzení ideální matematiky, počínaje $2 + 2 = 4$ po teorémy vyšší analýzy či topologie, k empirickému

28 Berkeley, G., *The Analyst or, a Discourse Addressed to an Infidel Mathematician*. London, J. Tonson 1734; český překlad: týž, Analytik. Přel. M. Tomeček. In: Kolman, V. – Roreitner, R. (eds.), *O špatném nekonečnu*, c.d., s. 101–148.

29 Hegel, G. W. F., *Phänomenologie des Geistes*, c.d., s. 65 (§ 70).

světu, máme před sebou obecnější problém vztahu reálna a ideálna, ve finále pak představy poznání jako založeného na korespondenci poznávajícího subjektu s poznávaným objektem. Část věnovaná míře coby spojení kvantity a kvality proto v Hegelově výkladu přechází v druhou část objektivní logiky, logiku podstaty, která je zase přechodem k logice subjektivní, logice pojmu.

8. Míra

„Míra je kvalitativní kvantum, nejprve jako *bezprostřední* kvantum, na něž je vázána existence nebo kvalita. Míra jako jednota kvality a kvantity je tímto současně dokonaným bytím.“[30] Tento citát z Hegelovy *Encyklopedie* potvrzuje dvojí. Jednak spojení kvality a kvantity v kategorii míry, které jsme zatím jen konstatovali, jednak logickou funkci tohoto spojení, jíž je – při průběžné identifikaci kvality s reálnem a kvantity s jeho opozicí v ideálnu – překonání zmíněné cézury mezi dvěma světy, a to upozorněním na to, že se jedná jen o momenty rozvoje světa jediného, kvalitativního, který je jejich spojením skrze další negaci dokonán. V matematické rovině je tento obrat demonstrován na případě nesouměřitelnosti, kterou z týchž důvodů moderování vztahu dvou světů, empirického a matematického, doporučuje Platón jako podnět k přemýšlení lepší deskových her.[31]

Právě případ vývoje kvanta nám ukázal, že v daném procesu, jenž začíná popřením jistých kvalitativních rozdílů a s ním spojeným skokem do kvantitativního jinosvěta, v němž platí *jiné* zákony (např. proto, že se v něm rovná to, co se dříve nerovnalo, např. 5 = 2 + 3 ve vztahu k číslům, nikoli prostým symbolům), se u tohoto skoku neskončí, ale je při vědomí jeho relativnosti opět přiveden zpět k výchozím kvalitám. To je zvláště vidět na našem rozhodnutí nenechat zbytek, jenž vznikne při kvantifikaci spojitých veličin, bezprizorný, v duchu „špatné“ teze, že v empirickém světě je přece každé měření nepřesné, a na rozhodnutí následně rozšířit pojem veličiny na racionální čísla a ten pak dále na čísla reálná. U nich je přitom toto spojení kvantitativních a kvalitativních, tj. jinosvětských a světských, ohledů zvláště patrné a jejich zařazení spíše pod kategorii míry než pod kategorii kvanta dává smysl už proto, že v Hegelově době nebyl celý proces transformace pojmu čísla ještě zcela dokonán.

Je přitom pravda, že v první fázi představují takové objevy, jako je nesouměřitelnost, jistou *rupturu* ve skutečnosti, jak ji známe, neboť činí např. nejistými některé předpoklady našich měření. Byla by ale chyba v důsledku

30 Hegel, G. W. F., *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse 1830*. Bd. I, c.d., s. 224.
31 Platón, Zákony 820 c. In: týž, *Sebrané spisy*. I–V. Přel. F. Novotný. Praha, Oikúmené 2003.

toho jednoduše rozlišit mezi empirickým měřením (pro nás) a ideálním měřením (o sobě), neboť měření je ve finále vždy jenom „empirické" (a tedy pro nás). Namísto přijetí ideálního vedle empirického faktu je proto třeba jen rozšířit empirický fakt jistým ideálním směrem, jenž ve filosofické rovině odpovídá Hegelově relativizaci Kantova rozdílu toho, co je o sobě a co je pro nás – s poznámkou, že to, co je o sobě, je stále *o sobě pro nás*. Podstatné je tedy především napětí těchto dvou pólů skutečnosti, nikoli tyto póly samotné. Objev nesouměřitelnosti takto nepopírá, že lze pro každou konkrétní realizaci pětiúhelníka najít společnou míru diagonály a strany, ale jen to, že tato míra bude invariantní pro jiné realizace téhož tvaru. Toto popření lze později překonat a použít k rozšíření skutečnosti skrze reálná čísla, která popisují, jak příslušný společný díl najít s libovolnou měrou přesnosti. Zkoumání kvantifikace takto vedlo k nové kvalitě, totiž novým způsobům měření a následné proměně skutečnosti.

Tato proměna je přitom založena na průběžné diferenciaci kvality a kvantity v širším slova smyslu, kdy kvantitativní rozlišení jsou chápána jako standard, míra rozlišení kvalitativních, tj. zastupují Kantovy věci o sobě, jimiž je posuzována realizace věcí pro nás, např. když minci prohlásíme za kulatou, ačkoli „se zdála" eliptická, případně velrybu za savce, ačkoli „se zdála" být rybou. Vývoj pojmů a poznání vůbec je dán přirozeně tím, že se standardy proměňují v „pouhé" jevy, věci o sobě v „pouhé" věci pro nás.

Lest kvality, která podle Hegela spočívá v překvapivé kvalitativní proměně kvantitativních rozlišení, je přitom jen jiným projevem tohoto pohybu a vzájemné podmíněnosti obou, kvality a kvantity, a neblahých důsledků toho, přemýšlíme-li o nich jako o oddělených, např. v běžných představách o exaktnosti kvantitativní řeči a vágnosti řeči kvalitativní. Sama představa aplikace teoretických pozitů či pojmů na empirickou zkušenost je potom zatížena tím, co Sellars nazývá *mýtem daného*,[32] jenž předpokládá definitivní korigovatelnost pojmových rozlišení empirickými či jinými danostmi. To, co je zde chybné, není samotné rozlišení dvou mohutností poznání, ale představa, že lze aplikaci pojmu zcela separovat od jeho rozvoje, jako by ona jedna negace (zrod kvanta) nebyla vázána na negaci druhou (zrod kvality) a v tomto ohledu podobně svobodná či nesvobodná. *Nekonečnost* pojmu, kterou Hegel spojuje s naší svobodou diskurzivních tvorů, přitom sice spočívá v tom, že ho osvobodíme od závislosti na konečně mnoha instancích, na nichž byl osvojen a vůči nimž jeho instanciace „toto je *P*" neměla charakter tvrzení, ale definice, nicméně tato nezávislost je opět jen nezávislostí relativní, která v sobě stále zahrnuje další rozvoj příslušného určení, které ale fakticky probíhá sou-

32 Sellars, W., *Empiricism and the Philosophy of Mind*. Cambridge, Mass., Harvard University Press 1997.

běžně s každým tvrzením „*S* je *P*“. To platí už proto, že příslušné pojmy zde pro jejich zrod z negací nikde pozitivně nejsou, ale udržují se právě těmito tvrzeními a jejich průběžným potvrzováním v rámci lidského společenství.

Dekonstrukce dualit typu empirického a ideálního světa, především tedy dekonstrukce dvojice subjekt-objekt, je totiž ve výsledku dekonstrukcí sociální, v níž roli objektu zaujme jiný subjekt. K tomuto obratu dojde v plné míře až v subjektivní logice, v logice pojmu, na niž jsme nyní připraveni tím, že se skrze kategorii míry bytí ukázalo jako negativní, vztahující původní kvalitu opět samu k sobě. Již proto má problém míry z logického hlediska širší aplikaci nežli jen tu matematickou, související s obecnou potřebou používat všechna kvantitativní či pojmová kritéria soudně, tj. s jistou mírou. Tato potřeba se čitelně ukazuje na vágních pojmech, jako je např. hromada, zmínit je ale možné hned i pojmy relační, které v aplikaci vyžadují vždy vztažný předmět, vůči němuž je teprve něco větší nebo hezčí a který pak příslušnou relaci parametrizuje. Výsledně platí, že se taková parametrizace vyskytuje u každého pojmu, který je instanciován vždy s ohledem na nějaké případy brané jako prototypy, vzpomeňme třeba vyobrazení z atlasů hub, která mají sloužit k jejich bezproblémovému určení a případné konzumaci nekončící otravou.

Závěr

„Parametrizovaný“ svět je svět, v němž došlo k opětovné přeměně kvantity v kvalitu, nikoli v nějakém jednoduše popsatelném – rozuměj: absolutně „kvantifikovatelném“ – smyslu, ale ve smyslu dialektickém, v němž byla – tváří v tvář rozličným podobám epistemického pozitivismu – nahlédnuta *negativní* povaha skutečnosti. Zároveň byla tato negace uchopena ve své pozitivní roli, která spočívá v tom, že odmítneme sklon delegovat význam našich rozlišení kamsi do zásvětí zkušenostního světa, ale projikujeme je zpět tam, odkud vzešla. Jako ilustraci tohoto procesu jsme uváděli vývoj pojmu reálného čísla, s významnými milníky pokusu o kvantifikaci „zbytku“ a slepé uličky nekonečně malých veličin. Podobnou případovou studií, k níž dílčím způsobem odkazuje i Hegel, by mohl být vývoj západní praxe hudebního ladění ve vztahu k objevu racionality harmonických intervalů a současného zjištění, že kvinty a tercie založené na pythagorejských proporcích nelze sladit. To vedlo od pythagorejského ladění přes ladění středotónové až k dnešnímu ladění rovnoměrnému.

Kategorie míry, se specifickým problémem přerodu kvantity v kvalitu, se takto ukazuje být nadpisem pro pokročilou fázi řeči, v níž je třeba moderovat vztah její „ideální“ části – např. v podobě „exaktních“ teorií vyšší matematiky – k části „reálné“. Jako taková je kategorie míry součástí logiky v širším slova smyslu, jenž překračuje meze logiky formální. Ta musí být totiž sama právě pro svoji ideálnost předmětem reflexe, např. s ohledem na význam dvojí negace $\neg\neg A$ nějakého tvrzení A a otázku, zda je identické s A či nikoli. Prostý předpoklad, že $\neg\neg A$ identické být s A jednoduše musí, je důsledkem špatné pojmotvorby, kterou v jejím jádru napadl už Brouwer s tím, že statické metody formální logiky neodpovídají činné povaze matematického myšlení, resp. myšlení vůbec.

Úvaha, že je třeba statické koncepce klasické logiky nahradit procedurálními koncepty nových logik, k nimž patří vedle Heytingovy formalizace Brouwerova intuicionismu také rozličné logiky kvantové či logiky vágnosti, je přitom rovněž „špatná“, a to zcela analogicky Engelsovu přesvědčení, že negace negace „je nejobecnější a právě proto nejšíře aplikovatelný a nejdůležitější zákon vývoje přírody a myšlení, zákon, který, jak vidno, se uplatňuje v zoologii a botanice, v geologii, matematice, v dějinách a filosofii [...]“.[33] Takový zákon se totiž svojí formulací stane okamžitě neadekvátní tomu, co tvrdí – např. ve snaze exaktně ovládnout vágnost –, když se ocitne mimo vývoj a jeho aplikace. Hegelovou terminologií lze říci, že v těchto aplikacích Marxova a Engelsova politická ekonomie nesleduje kategorii míry, ale jen kategorii kvantity, s přesvědčením, že je v ní artikulována exaktnost v absolutním, nikoli jen relativním slova smyslu. Neuvědomuje si tak, že se kategorie samy nutně vyvíjejí v souladu se svými aplikacemi, jak to Hegel významně tvrdí vůči Kantovi, a že snaha předpovídat budoucnost dialektického procesu tím, že naleznu neměnné zákony jeho chodu, je ve skutečnosti způsobem, jak tento proces paralyzovat. Neměnnost a nutnost příslušného zákona totiž znamená, že se ocitá zcela mimo naši kontrolu, rozuměj: mimo kontrolu jeho rozumné aplikace, jak je tématem právě kategorie míry.

33 Engels, F., *Anti-Dühring. Dialektik der Natur*, c.d., s. 131.

SUMMARY

How to Change Quality into Quantity? On Hegel's Concept of Measure

The paper deals with the phenomenon of changing quantity into quality as it is developed in Hegel's *Science of Logic* and its chapter on measure. First, the relation of measure to the concept of number is analyzed, particularly with respect to the concept of real numbers and their birth from the practices of counting and measuring. After that, the measure is treated as a category of speech devoted to the application of theoretical or quantitative differences within the qualitatively given experience. As such, Hegel's talk about the transformation of quantity into quality, as well as his talk about double negation and bad infinity, are contrasted with their interpretation in Marx's and Engels's political economy.

Keywords: G. W. F. Hegel, philosophy of mathematics, number, dialectics

ZUSAMMENFASSUNG

Wandel von Quantität zu Qualität? Zu Hegels Begriff des Maßes

Der Artikel befasst sich mit dem Phänomen des Wandels von Quantität zu Qualität, der in Hegels *Wissenschaft der Logik* und dort im Kapitel zur Kategorie des Maßes erörtert wird. Zunächst wird das Verhältnis des Maßes und des Zahlbegriffs analysiert, insbesondere in Bezug zum Begriff der reellen Zahl und deren Entstehung in der Praxis des Rechnens und Messens. Anschließend wird das Maß als Kategorie der Sprache erfasst, die die Anwendung theoretischer oder auch quantitativer Unterscheidung auf eine qualitativ gegebene Erfahrung betrifft. In diesem Sinne werden Hegels Ausführungen zum Wandel der Quantität in Qualität, ebenso wie seine Verwendung der doppelten Negation und der schlechten Unendlichkeit in Kontrast zur entsprechenden Interpretation in der politischen Ökonomie von Marx und Engels gesetzt.

Schlüsselwörter: G. W. F. Hegel, Philosophie der Mathematik, Zahl, Dialektik