

### Planimetrie – zadávací list

1. Sestrojte deltoid, je-li dán poloměr kružnice vepsané  $\rho$ , strany  $a$  a  $b$ .
2. • Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dáno:  $a, v_b, t_c$ .
3. • Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dáno:  $v_c, \gamma, \phi = ||\angle BCD| - |\angle ACD||$ , kde  $D$  je pata výšky  $v_c$ . (Značka  $\angle$  znamená úhel.)
4. Sestrojte pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s přeponou  $AB$ , pokud je dáno:  $c - a = m, c - b = n$ , kde  $m < n$ .
5. Sestrojte pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s přeponou  $AB$ , pokud je dán součet odvěsen  $a + b = t$  a výška  $v_c$ .
6. Sestrojte pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  s přeponou  $AB$ , pokud je dáno:  $t_a, t_b$ .
7. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník  $ABC$  ( $b = c$ ), pokud je dán součet stran  $a + b = m$  a výška  $v$  na základnu.
8. Jsou dány poloměry kružnice opsané a vepsané  $r$  a  $\rho$ . Dokažte, že existuje rovnoramenný trojúhelník, jestliže platí podmínka  $r \geq 2\rho$  a sestrojte ho.
9. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dán rozdíl  $a - b \geq 0, t_c, \gamma$ .
10. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dán součet dvou jeho stran  $a + b = n$ , třetí strana  $c$  a těžnice  $t_c$ .
11. • Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dán poloměr kružnice vepsané a opsané  $\rho$  a  $r$  a úhel  $\gamma$ .
12. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dáno:  $b - a, r$  (poloměr kružnice opsané),  $\rho$  (poloměr kružnice vepsané).
13. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dáno:  $b - a, v_c, \rho$  (poloměr kružnice vepsané).
14. Sestrojte trojúhelník  $ABC$ , pokud je dáno:  $v_c, t_c, \rho$  (poloměr kružnice vepsané).
15. Jsou dány body  $S, O$  a přímka  $p$ . Sestrojte trojúhelník  $ABC$  tak, aby střed opsané kružnice byl v bodě  $S$ , střed vepsané kružnice v bodě  $O$  a aby strana ležela na přímce  $p$ .
16. Sestrojte pravidelný desetiúhelník.
17. Sestrojte pravidelný pětiúhelník.
18. Obvod čtyřúhelníku  $ABCD$  je roven číslu  $o = 2(|AB| + |BC|)$ . Je čtyřúhelník  $ABCD$  rovnoběžníkem?
19. Dokažte, že v konvexním čtyřúhelníku je součet čtverců stran roven součtu čtverců úhlopříček a čtyřnásobku čtverce úsečky spojující středy úhlopříček.
20. Má-li nějaký čtyřúhelník se stranami délek  $a, b, c, d$  úhlopříčky navzájem kolmé, má každý čtyřúhelník se stranami délek  $a, b, c, d$  (v uvedeném pořadí) navzájem kolmé úhlopříčky.

21. • Dokažte, že vrcholy žádného rovnostranného trojúhelníku nelze umístit do uzlových bodů libovolné čtvercové sítě.
22. V rovnoramenném trojúhelníku je součet vzdáleností libovolného bodu základny od ramen konstantní. Dokažte.
23. • Tři kružnice  $k$ ,  $l$ ,  $m$  se navzájem dotýkají tak, že jejich středy leží na jedné přímce a kružnice  $k$ ,  $l$  (které mají vnější dotyk) jsou vepsané do kružnice  $m$ . Dokažte, že obsah oblasti, která je vnitřní vzhledem ke kružnici  $m$  a vnější vzhledem ke kružnicím  $k$ ,  $l$ , závisí jen na délce tětivy kružnice  $m$ , která je společnou tečnou kružnic  $k$ ,  $l$  a prochází jejich dotykovým bodem, a nezávisí na poloměru kružnice  $m$ .
24. Dokažte, že v libovolném trojúhelníku osa každého úhlu leží mezi těžnicí a výškou, které přísluší k vrcholu stejného úhlu (pokud jsou tyto navzájem různé).
25. Je dán trojúhelník  $ABC$ , kde úhel  $ABC$  není pravý. Nad stranou  $AB$  je sestrojen čtverec  $ABKL$ , který neleží v polorovině  $ABC$ , podobně nad stranou  $BC$  je sestrojen čtverec  $CBMN$ , který neleží v polorovině  $CBA$ . Dokažte, že trojúhelníky  $ABM$  a  $KBC$  jsou shodné.
26. • Určete všechny trojúhelníky o obsahu  $18 \text{ cm}^2$ , které mají jen jednu stranu delší než  $6 \text{ cm}$ .
27. Najděte všechny tětivové čtyřúhelníky  $ABCD$  o obsahu  $8 \text{ cm}^2$ , pro které platí  $|AB| = |BC|$  a součet délek úhlopříček je  $8 \text{ cm}$ .
28. Konvexní čtyřúhelník má obsah  $1$ . Jakou nejmenší délku může mít jeho největší úhlopříčka?
29. Konvexní  $n$ -úhelník má všechny úhlopříčky shodné. Jakých hodnot může nabývat  $n$ ?
30. Na kružnici  $k$  jsou pevně dány body  $A$  a  $B$  a bod  $C$ , který je pohyblivý. Určete množinu průsečíků výšek všech trojúhelníků  $ABC$ .