Operační program Rozvoj lidských zdrojů

NECHŤ STUDUJE KDOKOLIV, KDEKOLIV A KDYKOLIV
aneb
Informační a komunikační technologie
jako nástroj pro rozvoj systému, struktury a kvality vzdělávání

STŘEDOŠKOLSKÁ MATEMATIKA

MOCNINY, ODMOCNINY, ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

RNDr. Simona Sobková, Ph.D.

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Ekonomická fakulta
2006

OBSAH

1 INFORMACE O OBJEKTU

1.1 METADATA OBJEKTU

Název	Středoškolská matematika
Podnázev	Mocniny, odmocniny, algebraické výrazy
Autor	RNDr. Simona Sobková, Ph.D.
Jazyk	Český
Klíčová slova	n-tá mocnina, mocněnec, exponent, mocnitel, mocnina, n-tá odmocnina, odmocněnec, odmocnitel, usměrňování zlomku, algebraický výraz, polynom, mnohočlen
Popis	V tomto objektu se seznámíte s algebraickými výrazy. Postupně si uvedeme pravidla pro počítání s mocninami a s odmocninami. Naučíte se upravovat algebraické výrazy, což je velmi důležité.
Disciplína	Matematika
Datum aktualizace	30.9.2006
Platnost	Ano

1.2 DALŠÍ INFORMACE O OBJEKTU

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala RNDr. Davidu Bartlovi, Ph.D. za šablony pro distanční text a za pomoc se sazbou v programu TEX.

KOMU JE OBJEKT URČEN

Objekt je určen zejména těm, kteří se chystají ke studiu na vysoké škole a chtějí si zopakovat středoškolskou matematiku. A to zejména při přípravě na přijímací zkoušku z matematiky na všechny typy vysokých škol a dále při studiu vysokoškolské matematiky, pokud studenti mají nějaké neznalosti středoškolské matematiky a chtějí si danou látku nastudovat. Objekt je napsán distanční formou, což umožňuje studujícím samostatné prostudování bez výkladu pedagoga.

RYCHLÝ NÁHLED DO PROBLEMATIKY OBJEKTU

V tomto objektu se seznámíte s algebraickými výrazy. Postupně si uvedeme pravidla pro počítání s mocninami a s odmocninami. Naučíte se upravovat algebraické výrazy, což je velmi důležité.

CÍL OBJEKTU

Po úspěšném a aktivním absolvování tohoto objektu

Budete umět:

Znalosti

- definovat n-tou mocninu,
- uvést pravidla pro počítání s mocninami,
- definovat n-tou odmocninu,
- uvést pravidla pro počítání s odmocninami,
- vysvětlit usměrňování zlomků,
- definovat algebraický výraz,
- definovat polynom (mnohočlen),
- popsat operace s mnohočleny,
- uvést základní vzorce pro rozklad mnohočlenu na součin.

Budete schopni:

Dovednosti

- upravovat výrazy s mocninami,
- upravovat výrazy s odmocninami,
- upravovat algebraické výrazy.

Získáte:

Návyky

- základní znalosti o mocninách, odmocninách a úpravách algebraických výrazů.

KLÍČOVÁ SLOVA OBJEKTU

n-tá mocnina, mocněnec, exponent, mocnitel, mocnina, n-tá odmocnina, odmocněnec, odmocnitel, usměrňování zlomku, algebraický výraz, polynom, mnohočlen

ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU

Předpokládám, že studium této kapitoly vám zabere 4 hodiny učivo plus 8 hodin výpočet příkladů k procvičení.

PRŮVODCE STUDIEM: PUSŤTE SE DO TOHO

Právě jste se prokousali úvodními informacemi a teď vás čeká část matematická. Možná se vám do toho nechce, ale začít musíte. Vše jsem podrobně vysvětlila na řešených příkladech, takže by vám to mělo jít bez větších problémů. Přeji mnoho zdaru.

2 MOCNINY, ODMOCNINY, ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

2.1 MOCNINY

2.1.1 MOCNINY S PŘIROZENÝM EXPONENTEM

DEFINICE 2–1: N-TÁ MOCNINA

Pro libovolné reálné číslo a a pro každé přirozené číslo n je definována v množině reálných čísel **n-tá mocnina**

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-\text{krát}}.$$

a je **mocněnec** (**základ mocniny**), n je **exponent** (**mocnitel**), a^n je **mocnina**.

2.1.2 MOCNINY S CELOČÍSELNÝM EXPONENTEM

DEFINICE 2–2

Pro každé reálné číslo $a \neq 0$ a pro každé celé číslo n definujeme

$$a^0 = 1,$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–1

Vypočtěte 7^0, 5^{-2}, $\frac{1}{3^{-2}}$.

Řešení příkladu

$$7^0 = 1,$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25},$$

$$\frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9.$$

*

SAMOSTATNÝ ÚKOL 1

Vypočtěte 2^{-3}, 2^0, $\frac{1}{3^{-3}}$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8},$$

$$2^0 = 1,$$

$$\frac{1}{3^{-3}} = 3^3 = 27.$$

2.1.3 PRAVIDLA PRO POČÍTÁNÍ S MOCNINAMI

Pro každé $r, s \in \mathbb{R}$ a každé $a > 0$, $b > 0$, nebo pro každé $r, s \in \mathbb{Z}$ a každé reálné $a \neq 0$, $b \neq 0$ platí

- Mocniny se stejným základem násobíme tak, že základ umocníme součtem exponentů.

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}.$$

- Mocniny se stejným základem různým od nuly dělíme tak, že základ umocníme rozdílem exponentů dělence a dělitele.

$$a^r : a^s = a^{r-s} \quad \text{pro } a \neq 0.$$

- Mocninu umocníme tak, že její základ umocníme součinem exponentů.

$$(a^r)^s = a^{rs}.$$

- Součin umocníme tak, že umocníme každého činitele.

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r.$$

- Podíl umocníme tak, že umocníme dělence i dělitele.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r} \quad \text{pro } b \neq 0.$$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–2

Podle pravidel pro počítání s mocninami upravte $2^3 \cdot 2^5$, $3^7 : 3^5$, $(4^5)^6$, $(5 \cdot 6)^4$, $\left(\frac{2}{5}\right)^3$.

Řešení příkladu

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8,$$
$$3^7 : 3^5 = 3^{7-5} = 3^2,$$
$$(4^5)^6 = 4^{5\cdot 6} = 4^{30},$$
$$(5 \cdot 6)^4 = 5^4 \cdot 6^4,$$
$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}.$$

*

2.2 ODMOCNINY

DEFINICE 2–3: N-TÁ ODMOCNINA

Ke každému nezápornému číslu a a ke každému přirozenému číslu n existuje právě jedno nezáporné číslo x, pro které platí $x^n = a$. Píšeme

$$x = \sqrt[n]{a},$$

kde x je **n-tá odmocnina z čísla** a, a je **odmocněnec** (**základ odmocniny**), n je **odmocnitel**.

POZNÁMKA 2–1

Je-li n liché přirozené číslo, pak je definována n-tá odmocnina i ze záporného reálného čísla

$$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{|a|}.$$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–3

Vypočtěte $\sqrt[5]{-32}$.

Řešení příkladu

$$\sqrt[5]{-32} = -\sqrt[5]{32} = -2.$$

*

2.2.1 PRAVIDLA PRO POČÍTÁNÍ S ODMOCNINAMI

- Odmocniny se stejnými odmocniteli násobíme tak, že součin základů odmocníme společným odmocnitelem.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad \text{pro } a \geq 0 \wedge b \geq 0.$$

- Odmocniny se stejnými odmocniteli dělíme tak, že podíl základů odmocníme společným odmocnitelem.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \qquad \text{pro } a \geq 0 \wedge b > 0.$$

- Odmocninu umocníme tak, že umocníme základ a získanou mocninu odmocníme.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \qquad \text{pro } a \geq 0.$$

- Odmocninu odmocníme tak, že její základ odmocníme součinem odmocnitelů.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} \qquad \text{pro } a \geq 0.$$

-

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k} \qquad \text{pro } a \geq 0 \wedge k \in \mathbb{N}.$$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–4

Podle pravidel pro počítání s odmocninami upravte $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{6}$, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$, $(\sqrt[3]{5})^2$, $\sqrt[5]{\sqrt{32}}$.

Řešení příkladu

$$\begin{aligned}
&\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{5\cdot 6} = \sqrt[3]{30},\\
&\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2},\\
&(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25},\\
&\sqrt[5]{\sqrt{32}} = \sqrt[10]{32} = 32^{\frac{1}{10}} = (2^5)^{\frac{1}{10}} = 2^{\frac{5}{10}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}.
\end{aligned}$$

*

POZNÁMKA 2–2

Pro $a>0$, $m\in\mathbb{Z}$, $n\in\mathbb{N}$ lze odmocniny psát ve tvaru **mocniny s racionálním exponentem**

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–5

Upravte $\sqrt[3]{5^2}$, (danou odmocninu přepište jako mocninu).

Řešení příkladu

$$\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}.$$

*

SAMOSTATNÝ ÚKOL 2

Podle pravidel pro počítání s mocninami a odmocninami upravte $(2^2)^4$, $\sqrt[3]{5^2} : (\sqrt{5})^3$, $(\sqrt[4]{16})^3$, $\sqrt{\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[5]{10}}}}$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

$$(2^2)^4 = 2^8 = 256,$$

$$\sqrt[3]{5^2} : (\sqrt{5})^3 = 5^{-\frac{5}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{5^5}},$$

$$(\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8,$$

$$\sqrt{\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[5]{10}}}} = \sqrt[100]{10} = 10^{\frac{1}{100}}.$$

2.2.2 USMĚRŇOVÁNÍ ZLOMKŮ

Odstranění odmocniny ze jmenovatele neboli **usměrňování zlomku** provádíme tak, že daný zlomek násobíme zlomkem, jehož čitatel i jmenovatel jsou stejní a obsahují výraz s odmocninou.

Návod na usměrňování zlomků

- $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$,
- $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$,
- $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$.

Toto rozšiřování daného zlomku a následné odstranění odmocniny ze jmenovatele funguje na základě známého vzorce

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

Pozor, vzorec funguje jen pro druhé odmocniny.

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–6

Usměrněte zlomky $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{3}{1-\sqrt{2}}$, $\frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$, $\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

Řešení příkladu

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\begin{aligned}
\frac{3}{1-\sqrt{2}} &= \frac{3}{1-\sqrt{2}} \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \\
&= \frac{3(1+\sqrt{2})}{1-2} = \\
&= \frac{3+3\sqrt{2}}{-1} = \\
&= -3-3\sqrt{2},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} &= \frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} \cdot \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \\
&= \frac{4(2-\sqrt{5})}{2-5} = \\
&= \frac{8-4\sqrt{5}}{-3} = \\
&= \frac{-8+4\sqrt{5}}{3},
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})-(\sqrt{3})} = \\
&= \frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})-(\sqrt{3})} \cdot \frac{(1+\sqrt{2})+(\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})+(\sqrt{3})} = \\
&= \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2} = \\
&= \frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2}\sqrt{3}}{1+2\sqrt{2}+2-3} = \\
&= \frac{2\sqrt{2}+4+2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \\
&= \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \\
&= \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \\
&= \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}\sqrt{2}}{2} = \\
&= \frac{2+2\sqrt{2}+\sqrt{12}}{2} = \\
&= \frac{2+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2} = \\
&= 1+\sqrt{2}+2\sqrt{3}.
\end{aligned}
$$

$*$

SAMOSTATNÝ ÚKOL 3

Usměrněte zlomky $\frac{2}{\sqrt{3}}$, $\frac{3}{2-\sqrt{7}}$, $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

$$
\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3},
$$

$$\frac{3}{2-\sqrt{7}} = -2-\sqrt{7},$$
$$\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = -\sqrt{3}-\sqrt{5}.$$

2.3 ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

DEFINICE 2–4: ALGEBRAICKÝ VÝRAZ

Algebraický výraz je zápis, který je správně vytvořený z matematických operačních znaků, čísel, proměnných, výsledků operací a hodnot funkcí.

Neobsahuje-li algebraický výraz odmocniny, nazývá se **racionální algebraický výraz**, obsahuje-li odmocniny, nazývá se **iracionální algebraický výraz**.

DEFINICE 2–5: POLYNOM (MNOHOČLEN)

Racionální celistvé výrazy nazýváme **polynomy** (**mnohočleny**). $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$, kde $n \in \mathbb{N}$, $a_n \neq 0$, $a_0, a_1, \ldots, a_n$ jsou reálná čísla, x je proměnná, n je stupeň polynomu, jednotliví sčítanci se nazývají členy polynomu.

Uspořádání mnohočlenu může být vzestupné

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

nebo sestupné

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0.$$

Operace s mnohočleny

- Sčítání provádíme tak, že sečteme koeficienty u členů se stejnými exponenty.
- Odečítání provádíme tak, že odstraníme závorky (v menšiteli změníme znaménka na opačná) a sečteme koeficienty u členů se stejnými exponenty.
- Násobení provádíme tak, že násobíme každý člen s každým.
- Dělení provádíme takto
  - ◇ dělence i dělitele uspořádáme sestupně,
  - ◇ vydělíme první člen dělence prvním členem dělitele, dostaneme první člen podílu,
  - ◇ vynásobíme tímto členem dělitele a výsledný polynom odečteme od dělence a získáme dělence pro další postup,
  - ◇ opakujeme tento postup vždy s novým dělencem tak dlouho, až je zbylý polynom nižšího stupně než dělitel,
  - ◇ uvedeme předpoklady (dělitel musí být různý od nuly).
- Rozklad, tj. vyjádření mnohočlenu jako součin mnohočlenů nižšího stupně provádíme často některými z těchto způsobů
  - ◇ využitím binomických vzorců
    $$\begin{aligned}&(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,\\&(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,\\&a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),\\&(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,\\&(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,\\&a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2),\\&a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2),\end{aligned}$$
    atd.
  - ◇ rozkladem kvadratického trojčlenu v součin kořenových činitelů

    jsou-li x_1, x_2 kořeny kvadratického trojčlenu $ax^2 + bx + c$ pak platí
    $$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–7

Vypočtěte

$(4x^3 + 3x^2 - 5x + 3) + (7x^2 - 2x - 1)$,

$(4x^3 + 3x^2 - 5x + 3) - (7x^2 - 2x - 1)$,

$(3x^2 + 2x - 1) \cdot (5x - 3)$,

$(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x - 1) : (x^2 + 1)$,

$(x^3 - 5x^2 + 5x - 2) : (x - 4)$.

Řešení příkladu

$$\begin{aligned}&(4x^3 + 3x^2 - 5x + 3) + (7x^2 - 2x - 1) = \\ &= 4x^3 + 3x^2 - 5x + 3 + 7x^2 - 2x - 1 = \\ &= 4x^3 + 10x^2 - 7x + 2,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(4x^3 + 3x^2 - 5x + 3) - (7x^2 - 2x - 1) = \\ &= 4x^3 + 3x^2 - 5x + 3 - 7x^2 + 2x + 1 = \\ &= 4x^3 - 4x^2 - 3x + 4,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(3x^2 + 2x - 1) \cdot (5x - 3) = \\ &= 15x^3 - 9x^2 + 10x^2 - 6x - 5x + 3 = \\ &= 15x^3 + x^2 - 11x + 3,\end{aligned}$$

$$(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x - 1) : (x^2 + 1) = 2x^2 - 3x - 1,$$

$$(x^3 - 5x^2 + 5x - 2) : (x - 4) = x^2 - x + 1 + \frac{2}{x - 4}.$$

$*$

SAMOSTATNÝ ÚKOL 4

Vypočtěte

$(2x^3 - 3x^2 + 2x - 3) + (x^3 + 5x^2 - 6x + 2)$,

$(5x^3 + x^2 - 3x + 5) - (2x^3 - 3x^2 + 2x - 1)$,

$(2x^2 - x + 3) \cdot (3x - 5)$,

$(2x^3 - 5x^2 + 3x + 2) : (x - 4)$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

$(2x^3 - 3x^2 + 2x - 3) + (x^3 + 5x^2 - 6x + 2) = 3x^3 + 2x^2 - 4x - 1$,

$(5x^3 + x^2 - 3x + 5) - (2x^3 - 3x^2 + 2x - 1) = 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$,

$(2x^2 - x + 3) \cdot (3x - 5) = 6x^3 - 13x^2 + 14x - 15$,

$(2x^3 - 5x^2 + 3x + 2) : (x - 4) = 2x^2 + 3x + 15 + \frac{62}{x-4}$.

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–8

Pomocí vzorců rozložte na součin polynomy

$x^2 - 2x + 1$,

$x^2 - 9$,

$25x^2 - 16y^2$,

$125a^3 - 27b^3$.

Řešení příkladu

$$
\begin{aligned}
&x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = (x-1)(x-1),\\
&x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3),\\
&25x^2 - 16y^2 = (5x)^2 - (4y)^2 = (5x-4y)(5x+4y),\\
&125a^3 - 27b^3 = (5a)^3 - (3b)^3 = (5a-3b)(25a^2+15ab+9b^2).
\end{aligned}
$$

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–9

Rozložte na součin kořenových činitelů polynomy

$x^2 + 11x + 24,$

$x^2 + 2x - 15,$

$4x^2 + 8x - 21.$

Řešení příkladu

$$
\begin{aligned}
&x^2 + 11x + 24 = (x+3)(x+8),\\
&x^2 + 2x - 15 = (x-3)(x+5),\\
&4x^2 + 8x - 21 = 4\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{7}{2}\right) = (2x-3)(2x+7),
\end{aligned}
$$

protože

$$
\begin{aligned}
x_{1,2} &= \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4\cdot 4\cdot(-21)}}{8} =\\
&= \frac{-8 \pm \sqrt{64+336}}{8} =\\
&= \frac{-8 \pm \sqrt{400}}{8} =\\
&= \frac{-8 \pm 20}{8},
\end{aligned}
$$

$$x_1 = \frac{-8+20}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2},$$
$$x_2 = \frac{-8-20}{8} = \frac{-28}{8} = -\frac{7}{2}.$$

*

SAMOSTATNÝ ÚKOL 5

Rozložte na součin polynomy

$9x^2 - 5y^2$,

$a^2 - 8a + 16$,

$x^2 + 2x - 3$,

$x^3 + 5x^2 + 4x$,

$8a^3 - 1$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

$9x^2 - 5y^2 = (3x - \sqrt{5}y)(3x + \sqrt{5}y)$,

$a^2 - 8a + 16 = (a-4)^2$,

$x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$,

$x^3 + 5x^2 + 4x = x(x+1)(x+4)$,

$8a^3 - 1 = (2a-1)(4a^2 + 2a + 1)$.

2.3.1 ÚPRAVY ALGEBRAICKÝCH VÝRAZŮ

Při úpravách výrazů využíváme poznatků o mocninách, odmocninách, zlomcích a mnohočlenech tak, abychom výraz převedli na co nejjednodušší tvar. Podmínky, které stanovují kdy jsou výrazy definovány, jsou nutnou součástí řešení.

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–10

Upravte racionální výraz $((2x+y)^2-(y-3x)^2)\cdot 4xy$.

Řešení příkladu

$$\begin{aligned}
&((2x+y)^2-(y-3x)^2)\cdot 4xy = \\
&= (4x^2+4xy+y^2-(y^2-6xy+9x^2))\cdot 4xy = \\
&= (4x^2+4xy+y^2-y^2+6xy-9x^2)\cdot 4xy = \\
&= (-5x^2+10xy)\cdot 4xy = \\
&= -20x^3y+40x^2y^2 = \\
&= 40x^2y^2-20x^3y,
\end{aligned}$$

pro $x\in\mathbb{R}$, $y\in\mathbb{R}$.

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–11

Upravte racionální výraz $\frac{ab+1-a-b}{b+c-bc-1}$.

Řešení příkladu

$$\begin{aligned}
&\frac{ab+1-a-b}{b+c-bc-1} = \\
&= \frac{ab-b+1-a}{b-bc+c-1} = \\
&= \frac{b(a-1)+1-a}{b(1-c)+c-1} = \\
&= \frac{b(a-1)-(a-1)}{b(1-c)-(1-c)} = \\
&= \frac{(a-1)(b-1)}{(1-c)(b-1)} = \\
&= \frac{a-1}{1-c},
\end{aligned}$$

pro $b \neq 1$, $c \neq 1$.

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–12

Upravte racionální výraz $\frac{\frac{1+a}{1+a+a^2}-\frac{1-a}{1-a+a^2}}{\frac{1-a}{1-a+a^2}+\frac{1+a}{1+a+a^2}}$.

Řešení příkladu

$$
\begin{aligned}
&\frac{\frac{1+a}{1+a+a^2}-\frac{1-a}{1-a+a^2}}{\frac{1-a}{1-a+a^2}+\frac{1+a}{1+a+a^2}} = \\
&= \frac{\frac{(1+a)(1-a+a^2)-(1-a)(1+a+a^2)}{(1+a+a^2)(1-a+a^2)}}{\frac{(1-a)(1+a+a^2)+(1+a)(1-a+a^2)}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)}} = \\
&= \frac{(1+a)(1-a+a^2)-(1-a)(1+a+a^2)}{(1-a)(1+a+a^2)+(1+a)(1-a+a^2)} = \\
&= \frac{1-a+a^2+a-a^2+a^3-(1+a+a^2-a-a^2-a^3)}{1+a+a^2-a-a^2-a^3+1-a+a^2+a-a^2+a^3} = \\
&= \frac{1-a+a^2+a-a^2+a^3-1-a-a^2+a+a^2+a^3}{1+a+a^2-a-a^2-a^3+1-a+a^2+a-a^2+a^3} = \\
&= \frac{2a^3}{2} = a^3,
\end{aligned}
$$

pro $a \neq 1$.

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–13

Upravte iracionální výraz $\frac{\sqrt[5]{x^4}\cdot y^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{x^{-1}}}{x^{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt[4]{y^{-3}}}$.

Řešení příkladu

$$
\begin{aligned}
&\frac{\sqrt[5]{x^4}\cdot y^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{x^{-1}}}{x^{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt[4]{y^{-3}}} = \\
&= \frac{x^{\frac{4}{5}}\cdot y^{\frac{1}{3}}\cdot x^{\frac{-1}{2}}}{x^{\frac{3}{5}}\cdot y^{\frac{-3}{4}}} = \\
&= x^{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}-\frac{3}{5}}\cdot y^{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}} = \\
&= x^{\frac{-3}{10}}\cdot y^{\frac{13}{12}} = \\
&= \frac{y^{\frac{13}{12}}}{x^{\frac{3}{10}}} = \\
&= \frac{y\,\sqrt[12]{y}}{\sqrt[10]{x^3}},
\end{aligned}
$$

pro $x > 0$, $y > 0$.

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–14

Upravte iracionální výraz $\frac{x^0}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}$.

Řešení příkladu

$$
\begin{aligned}
&\frac{x^0}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\cdot\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \\
&= \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y},
\end{aligned}
$$

pro $x > 0$, $y > 0$, $x \neq y$.

*

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD 2–15

Upravte iracionální výraz $\frac{\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}}{x-y}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$.

Řešení příkladu

$$
\begin{aligned}
&\frac{\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}}{x-y}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}-\sqrt{x}\sqrt{xy}-\sqrt{y}\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}}{x-y}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}-x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}}{x-y}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}-x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{x\sqrt{x}-x\sqrt{y}+y\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{x(\sqrt{x}-\sqrt{y})-y(-\sqrt{y}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{x(\sqrt{x}-\sqrt{y})-y(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(x-y)}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}= \\
&=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=1,
\end{aligned}
$$

pro $x>0$, $y>0$, $x\neq y$.

*

SAMOSTATNÝ ÚKOL 6

Upravte iracionální výraz $\frac{x\cdot\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2y\sqrt{x}}\right)^{-1}+y\cdot\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2x\sqrt{y}}\right)^{-1}}{\frac{2xy}{x+\sqrt{xy}}+\frac{2xy}{y+\sqrt{xy}}}$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

$$\frac{x\cdot\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2y\sqrt{x}}\right)^{-1}+y\cdot\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2x\sqrt{y}}\right)^{-1}}{\frac{2xy}{x+\sqrt{xy}}+\frac{2xy}{y+\sqrt{xy}}}=\sqrt{xy},\ \text{pro } x>0,\ y>0.$$

NEZAPOMEŇTE NA ODMĚNU A ODPOČINEK

Právě jste prostudovali kapitolu Mocniny, odmocniny, algebraické výrazy. Seznámili jste se se základními pojmy a naučili jste se pracovat s mocninami, odmocninami a mnohočleny. Nyní si odpočiňte a pak se pusťte do příkladů k procvičení. Pokud jste probranému učivu porozuměli, neměli byste mít při výpočtu příkladů žádné problémy.

3 KONTROLNÍ OTÁZKY

KONTROLNÍ OTÁZKA 1

Vyslovte definici n-té mocniny.

KONTROLNÍ OTÁZKA 2

Uveďte pravidla pro počítání s mocninami.

KONTROLNÍ OTÁZKA 3

Vyslovte definici n-té odmocniny.

KONTROLNÍ OTÁZKA 4

Uveďte pravidla pro počítání s odmocninami.

KONTROLNÍ OTÁZKA 5

Vysvětlete, co je to usměrňování zlomků.

KONTROLNÍ OTÁZKA 6

Vysvětlete postup, jak usměrňujeme zlomky.

KONTROLNÍ OTÁZKA 7

Vyslovte definici algebraického výrazu.

KONTROLNÍ OTÁZKA 8

Vyslovte definici polynomu (mnohočlenu).

KONTROLNÍ OTÁZKA 9

Popište operace s mnohočleny.

KONTROLNÍ OTÁZKA 10

Uveďte základní vzorce pro rozklad mnohočlenu na součin.

4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

SAMOSTATNÝ ÚKOL 1

1. Vypočtěte

   a. $(x^2y^2z^4)(3x^3yz^2)$,

   b. $(xy^2z)(x^{-3}y^{-2}z)$,

   c. $(2xy^2)^3(xy^0)^2$.

2. Za předpokladu, že jsou výrazy definovány, zjednodušte

   a. $\frac{x^2y^3z^4}{x^2y^2z}$,

   b. $\frac{8x^5y^3z}{6x^2y^4z^{-2}}$,

   c. $\frac{(2x^2y)^3(3xyz^2)^4}{8(2xy^2z)^5}$.

3. Vypočtěte

   a. $\frac{2^2\cdot(2^0+2^{-2})}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}-5\cdot(-2)^{-2}+2^2}$,

   b. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}-\frac{3}{4}+\left(6-4\cdot\left(\frac{3}{7}\right)\right)^{-2}+\left(2-3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right)^0$,

   c. $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^4\cdot(-2)^{-2}+\left(\frac{3}{4}\right)^0-1}{\left(\frac{1}{10}\right)^{-4}\cdot5^{-5}+\left(\frac{1}{5}\right)^0-5^{-1}}$.

4. Vypočtěte

   a. $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$,

   b. $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$,

   c. $(3-\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2}-1)^2+(1+\sqrt{2})^2$.

5. Usměrněte

   a. $\frac{3}{\sqrt{6}}$,

   b. $\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$,

   c. $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

6. Zjednodušte

   a. $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$,

   b. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$,

   c. $\frac{\frac{2}{\sqrt{2}+1}+\sqrt{2}-1}{\frac{2}{\sqrt{2}+1}-\frac{\sqrt{2}-1}{2}}$.

7. Vypočtěte

   a. $(3x^4+2x^2+5x-1)+(x^3-3x^2+x+5)$,

   b. $(3x^2+x-3)-(x^3+4x^2-3x-2)$,

   c. $(2x^2+3x+4)\cdot(4x+3)$.

8. Dělte polynom polynomem

   a. $(2x^3-5x^2+x+2):(x-1)$,

   b. $(2x^3+1):(x^2+1)$,

   c. $(3x^3-7x-10):(x-2)$.

9. Rozložte na součin polynomy

   a. $18xy^2-21x^2y$,

   b. $3a+3b+ax+bx$,

   c. $9a^2+42ab+49b^2$.

10. Uveďte, kdy mají výrazy smysl, pak je zjednodušte

a. $\frac{\frac{1}{x}-\frac{x}{9}}{\frac{3+x}{3x}}$,

b. $\frac{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}}{\frac{y}{x}-\frac{x}{y}}$,

c. $\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{1}{1-x}}{\frac{1}{x+1}+\frac{1}{1-x}}$.

11. Uveďte, kdy mají výrazy smysl, pak je zjednodušte

a. $\left(\frac{2}{1+x}+2x\right):\frac{1-x^3}{1-x^2}$,

b. $\left(1+\frac{x}{x+1}\right):\left(\left(1+\frac{3x^2}{x^2-1}\right)\cdot\frac{1-2x}{1-x}\right)$,

c. $2x-\left(\frac{2x-3}{x+1}-\frac{x^2+3}{2x^2-2}-\frac{x+1}{2-2x}\right)\cdot\frac{x^3+1}{x^2-x}$.

12. Uveďte, kdy mají výrazy smysl, pak je zjednodušte

a. $\left(\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right):(x+y)+x\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)\right):\frac{1+x}{y}$,

b. $\left(\frac{x}{y^2+xy}-\frac{2}{x+y}+\frac{y}{x^2+xy}\right):\left(\frac{y}{x}-2+\frac{x}{y}\right)$,

c. $\frac{1}{x}:(1+x^{-1})-(x^{-1}-1):x^{-1}$.

13. Uveďte, kdy mají výrazy smysl, pak je zjednodušte

a. $\frac{1+\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x-1}}:\frac{1-\sqrt{x-1}}{1-\sqrt{x+1}}$,

b. $\left(1+\frac{1-x}{1+x}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1+x)^{-2}$,

c. $\frac{x+\sqrt{x^2-2}}{x-\sqrt{x^2-2}}+\frac{x-\sqrt{x^2-2}}{x+\sqrt{x^2-2}}$.

14. Uveďte, kdy mají výrazy smysl, pak je zjednodušte

a. $\sqrt{y\cdot\sqrt[3]{x}}\cdot\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{y}}\cdot\sqrt{x^{-1}}$,

b. $\sqrt{\frac{x\cdot\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{y}}}}$,

c. $\frac{\sqrt{x^3}\cdot\sqrt[3]{x^{-2}}}{\sqrt{x^{-3}}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{x^4}}}$.

15. Za předpokladu, že mají výrazy smysl, zjednodušte

a. $\frac{\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}}{1-\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}+\frac{2a}{b}$,

b. $\frac{\left(\frac{x^2}{y^2}-\frac{x}{y}\right)\cdot(x-y)}{\frac{x^2+y^2}{xy}-2} : \frac{x^2}{y}$,

c. $\frac{x-\frac{x-y}{xy+1}}{\frac{x(x-y)}{xy+1}+1}$.

ŘEŠENÍ A ODPOVĚDI

1. a. $3x^5y^3z^6$,

   b. $x^{-2}z^2$,

   c. $8x^5y^6$.

2. a. yz^3,

   b. $\frac{4x^3z^3}{3y}$,

   c. $\frac{(81x^5z^3}{32y^3}$.

3. a. 1,

   b. $\frac{406}{225}$,

   c. $\frac{1}{2}$.

4. a. 9,

   b. 3,

   c. 5.

5. a. $\frac{\sqrt{6}}{2}$,

   b. $-2\sqrt{5}-5$,

   c. $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$.

6. a. $7 - 4\sqrt{3}$,

   b. 10,

   c. 2.

7. a. $3x^4 + x^3 - x^2 + 6x + 4$,

   b. $-x^3 - x^2 + 4x - 1$,

   c. $8x^3 + 18x^2 + 25x + 12$.

8. a. $2x^2 - 3x - 2$,

   b. $2x + \frac{-2x+1}{x^2+1}$,

   c. $3x^2 + 6x + 5$.

9. a. $3xy(6y - 7x)$,

   b. $(a + b)(3 + x)$,

   c. $(3a + 7b)^2$.

10. a. $\frac{3-x}{3}$, $\quad x \neq 0,\ x \neq -3$,

    b. $\frac{x^2+y^2}{y^2-x^2}$, $\quad x \neq 0,\ y \neq 0$,

    c. $-x$, $\quad x \neq -1,\ x \neq 1$.

11. a. 2, $\quad x \neq -1,\ x \neq 1$,

    b. 1, $\quad x \neq -1,\ x \neq 1,\ x \neq -\frac{1}{2},\ x \neq \frac{1}{2}$,

    c. $\frac{2x-2}{x}$, $\quad x \neq -1,\ x \neq 1$.

12. a. $\frac{x-y}{x}$, $\quad x \neq 0,\ y \neq 0,\ x \neq -1,\ x \neq -y$,

    b. $\frac{1}{x+y}$, $\quad x \neq 0,\ y \neq 0,\ x \neq y,\ x \neq -y$,

    c. $x(x - 1)$, $\quad x \neq 0,\ x \neq 1$.

13. a. $\frac{x}{x-2}$, $\quad x \in \langle 1, 2) \cup (2, \infty)$,

b. $\frac{\sqrt{1-x^2}}{4(1-x)}$, $\quad x \in (-1, 1)$,

c. $2x^2 - 2$, $\quad x \in (-\infty, -\sqrt{2}\rangle \cup \langle\sqrt{2}, \infty)$.

14. a. $\sqrt[3]{y^2}$, $\quad x > 0$, $y \geq 0$,

b. $\sqrt[12]{x^4 y}$, $\quad x > 0$, $\quad y > 0$,

c. $\sqrt[3]{x^5}$, $\quad x \geq 0$.

15. a. 0,

b. 1,

c. y.

5 ZÁVĚREM OBJEKTU

5.1 SHRNUTÍ OBJEKTU

SHRNUTÍ

- Pro libovolné reálné číslo a a pro každé přirozené číslo n je definována v množině reálných čísel n-tá mocnina $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-\text{krát}}$.

  a je mocněnec (základ mocniny), n je exponent (mocnitel), a^n je mocnina.

- Pro každé reálné číslo $a \neq 0$ a pro každé celé číslo n definujeme $a^0 = 1$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

- $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$.

- $a^r : a^s = a^{r-s} \quad$ pro $a \neq 0$.

- $(a^r)^s = a^{rs}$.

- $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$.

- $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r} \quad$ pro $b \neq 0$.

- Ke každému nezápornému číslu a a ke každému přirozenému číslu n existuje právě jedno nezáporné číslo x, pro které platí $x^n = a$. Píšeme $x = \sqrt[n]{a}$, kde x je n-tá odmocnina z čísla a, a je odmocněnec (základ odmocniny), n je odmocnitel.

- Je-li n liché přirozené číslo, pak je definována n-tá odmocnina i ze záporného reálného čísla $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{|a|}$.

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad$ pro $a \geq 0 \wedge b \geq 0$.
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \qquad$ pro $a \geq 0 \wedge b > 0$.
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \qquad$ pro $a \geq 0$.
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} \qquad$ pro $a \geq 0$.
- $\sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k} \qquad$ pro $a \geq 0 \wedge k \in \mathbb{N}$.
- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \qquad$ pro $a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$.
- Odstranění odmocniny ze jmenovatele neboli usměrňování zlomku provádíme tak, že daný zlomek násobíme zlomkem, jehož čitatel i jmenovatel jsou stejní a obsahují výraz s odmocninou.
- Návod na usměrňování zlomků
  - ◇ $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$,
  - ◇ $\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$,
  - ◇ $\frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$.
- Algebraický výraz je zápis, který je správně vytvořený z matematických operačních znaků, čísel, proměnných, výsledků operací a hodnot funkcí.

  Neobsahuje-li algebraický výraz odmocniny, nazývá se racionální algebraický výraz, obsahuje-li odmocniny, nazývá se iracionální algebraický výraz.
- Racionální celistvé výrazy nazýváme polynomy (mnohočleny). $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$, kde $n \in \mathbb{N}$, $a_n \neq 0$, $a_0, a_1, \ldots, a_n$ jsou reálná čísla, x je proměnná, n je stupeň polynomu, jednotliví sčítanci se nazývají členy polynomu.

  Uspořádání mnohočlenu může být vzestupné

  $$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$$

nebo sestupné

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0.$$

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2).$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$

5.2 LITERATURA

DALŠÍ ZDROJE

Běloun, F., Sbírka úloh z matematiky pro základní školu, Prometheus, 1998, ISBN 80-7196-104-3. kniha

Vošický, Z., Matematika v kostce pro střední školy, Fragment, 1996, ISBN 80-7200-012-8. kniha

Vošický, Z., Cvičení k matematice v kostce pro střední školy, Fragment, 1999, ISBN 80-7200-251-1. kniha