

# MNOŽINY – intuitivní přístup

## Označení

Ve všech úvahách předpokládáme, že množiny, s nimiž pracujeme, jsou podmnožinami jisté „největší“ množiny, kterou nazýváme *univerzum* a označujeme  $U$ .

$N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$  je množina všech přirozených čísel včetně nuly

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$  je množina všech přirozených čísel bez nuly

$N_k = \{1, 2, 3, \dots, k\}$  je množina prvních  $k$  přirozených čísel bez nuly ( $k \in N$ )

$\emptyset = \{\}$  je množina prázdná; neobsahuje ani jeden prvek

$Z / Q / Q_+ / A / R / C$  je množina všech celých / racionálních / racionálních kladných / algebraických / reálných / komplexních čísel.

$kN = \{k, 2k, 3k, \dots\}$  je množina  $k$ -násobků přirozených čísel

$kZ = \{\dots, -3k, -2k, -k, 0, k, 2k, 3k, \dots\}$  je množina  $k$ -násobků celých čísel

Jsou-li  $A, B$  množiny univerza  $U$ , pak

$A' = \{x \in U: x \notin A\}$ ; čteme:  $A'$  je komplement množiny  $A$  v univerzu  $U$

$A \cup B = \{x \in U: (x \in A) \vee (x \in B)\}$ ; čteme:  $A \cup B$  je sjednocení množin  $A$  a  $B$

$A \cap B = \{x \in U: (x \in A) \wedge (x \in B)\}$ ; čteme:  $A \cap B$  je průnik množin  $A$  a  $B$

$A - B = \{x \in A: x \notin B\}$ ; čteme:  $A - B$  je rozdíl množin  $A$  minus  $B$

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ ; čteme:  $A \Delta B$  je symetrická diference množin  $A$  a  $B$

$A \subseteq B$  je výrok ( $\forall x \in U: x \in A \Rightarrow x \in B$ ); čteme:  $A$  je podmnožina  $B$

$A \subset B$  je výrok ( $A \subseteq B \wedge (B - A \neq \emptyset)$ ); čteme:  $A$  je vlastní podmnožina  $B$  (někdy se u vlastní podmnožiny navíc předpokládá, že je neprázdná; to my požadovat nebudeme)

$|M|$  je počet prvků konečné množiny  $M$ ; zápis  $|M| = n$  říká, že množina  $M$  je konečná.

$A \times B = \{(a, b); a \in A, b \in B\}$  je *kartézský součin* množin  $A$  a  $B$  v uvedeném pořadí.

Prvky množiny  $(A \times B) \times C$  jsou dvojice  $((a, b), c)$  kterých první prvek je dvojice  $(a, b)$ .

Prvky množiny  $A \times (B \times C)$  jsou dvojice  $(a, (b, c))$  kterých druhý prvek je dvojice  $(b, c)$ .

Mezi těmito množinami nebudeme rozlišovat. Obě budeme psát  $A \times B \times C$  a jejich prvky píšeme jako uspořádané trojice  $(a, b, c)$ .

Analogicky pro kartézský součin  $n$  množin:  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ .

Když je  $A_1 = A_2 = \dots = A_n$  pak mluvíme o mocnině množiny:

$A^2 = A \times A$ ,  $A^3 = A \times A \times A$ ,  $A^{n+1} = A^n \times A = A \times A^n$ .

Definitivně klademe  $\emptyset^n = \emptyset$ .

Nechť  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow C$  jsou zobrazení. Zobrazení  $h: A \rightarrow C$ , dané předpisem  $\forall x \in A: h(x) = g(f(x))$  se nazývá *složením* zobrazení  $f$  a  $g$  (v uvedeném pořadí!) a označuje se  $g \circ f$ .

Zobrazení  $id_A: A \rightarrow A$ , pro které je  $\forall x \in A: id_A(x) = x$  se nazývá *identita* na  $A$ .

Zobrazení  $f: A \rightarrow B$  se nazývá

*injektivní* (prosté), právě když  $\forall x, y \in A: f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ ; (dva různé prvky z  $A$  se nemohou zobrazit do téhož prvku z  $B$ )

*surjektivní* (na) právě když  $\forall y \in B, \exists x \in A: f(x) = y$ ; (každý prvek z  $B$  má aspoň jeden vzor v  $A$ )

*bijektivní* (1-1 značná) právě když je současně i injektivní i surjektivní.

$[x]$  označuje celou část čísla  $x \in \mathbf{R}$ ;  $\{x\}$  označuje zlomkovou část čísla  $x \in \mathbf{R}$ ;

## 1. Vennovy diagramy – nástroj řešení úloh

Cvičení 1.1. Ve třídě je 23 žáků. Polovina z dívek navštěvuje pěvecký kroužek. V pěveckém kroužku je třetina hochů. Hochů, kteří nenavštěvují pěvecký kroužek je 8. Kolik členů má pěvecký kroužek?

Cvičení 1.2. Ve třídě je 27 žáků. Z nich 9 studuje němčinu, 10 navštěvuje pěvecký kroužek, 8 hochů nestuduje němčinu a nenavštěvuje pěvecký kroužek, 2 dívky navštěvují pěvecký kroužek a současně studují i němčinu, 7 dívek navštěvuje pěvecký kroužek, 5 dívek studuje němčinu, všech dívek je méně než 13.

Cvičení 1.3. Ve třídě je víc než 25 a méně než 35 žáků. Polovina z dívek navštěvuje pěvecký kroužek. Čtvrtina z hochů navštěvuje pěvecký kroužek. V pěveckém kroužku je třetina hochů. Kolik členů má pěvecký kroužek?

\*Cvičení 1.4 až 1.15. Vytvořte trojici úloh: snadnou, středně náročnou a náročnou podobnou jako jsou cvičení 1.1 až 1.3. Každá úloha bude mít vzorové řešení. Za vypracování jednoho cvičení [3 body]. Jeden posluchač na těchto úlohách může získat maximálně 3 body.

Cvičení 1.4. Cizí jazyk.

Cvičení 1.5. Zeměpis.

Cvičení 1.6. Dějepis.

Cvičení 1.8. Přírodopis.

Cvičení 1.9. Literatura.

Cvičení 1.10. Hudba.

Cvičení 1.11. Výtvarné umění.

Cvičení 1.12. Divadlo.

Cvičení 1.13. Gramatika českého jazyka.

Cvičení 1.14. První volné téma.

Cvičení 1.15. Druhé volné téma.