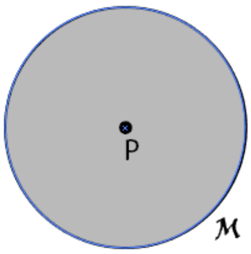
1 Úlohy v rovině

Uvažujme, především intuitivně, následující pojmy s odpovídajícím značením:

- Eukleidovská rovina $\mathbb{E}^2$, množiny bodů existující v této rovině $\mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{O}$ a množinové minus $\setminus$.
- Body existující v této rovině $A, B, P, \ldots$. Pokud je bod vyznačen plným kolečkem, je součástí množiny, pokud je vyznačen prázdným kolečkem, není součástí množiny.
- Vzdálenost dvou bodů – reálné číslo a (a další číselné obory a podobory: $\mathbb{R}_0^+$...), značíme pomocí aboslutní hodnoty $|AB|$. Pozor na záporné vzdálenosti a z nich vyplývající implikace!
- Hraniční bod množiny – intuitivně a pouze graficky jako body na čáře ohraničující $\mathcal{M}$, hranici množiny $H_\mathcal{M}$ jako množinu hraničních bodů. Pokud je hranice čárkovaná, není součástí množiny, pokud je hranice plnou čarou, potom je součástí množiny.
- Libovolná spojnice dvou bodů – křivka k_{AB} a nejkratší možná spojnice dvou bodů – úsečka u_{AB}. Zde pozor, do těchto křivek patří i jejich krajní body.

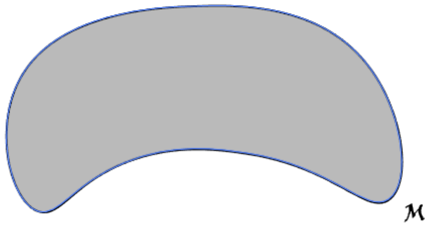
Dále uvažujme veškeré standardní prvky formulí predikátového prvku.
Rozhodněte, která z následujících tvrzení platí pro množinu bodů znázorněnou na obrázku.

1.



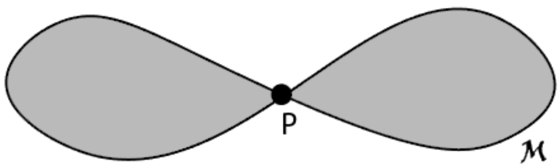
- $\forall A, B, C \in \mathcal{M} : C \in H_\mathcal{M} \Rightarrow |AB| \leq 2 \cdot |CP|$
- $\forall A, B \in H_\mathcal{M} : P \in u_{AB} \Rightarrow |AP| = |BP|$
- $\exists A \in \mathcal{M}\ \exists B \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M} : |AP| > |BP|$
- $\exists A \in H_\mathcal{M}\ \exists B \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M} : |AB| > 2 \cdot |AP|$
- $\forall A, B \in H_\mathcal{M}\ \exists C \in \mathcal{M} : |AC| + |BC| < |AB|$
- $\forall A \in \mathcal{M}\ \exists a \in \mathbb{R}\ \forall B \in \mathbb{E}^2 : |AB| < a \Rightarrow B \in \mathcal{M}$
- $\forall A \in H_\mathcal{M}\ \forall a \in \mathbb{R}^+\ \exists B, C \in \mathbb{E}^2 : (|AB| < |AC| < a) \wedge B \in \mathcal{M} \wedge C \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M}$
- $\forall A, B \in \mathbb{E}^2\ \exists C \in H_\mathcal{M} : C \in u_{AB} \vee C \in u_{AP} \vee C \in u_{BP}$

2.



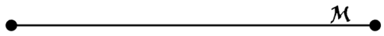
- $\forall C \in \mathbb{E}^2\ \forall A, B \in \mathcal{M} : C \in u_{AB} \Rightarrow C \in \mathcal{M}$
- $\forall A, B \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M}\ \exists k_{AB}\ \forall C \in \mathbb{E}^2 : C \in k_{AB} \Rightarrow C \in \mathcal{M}$
- $\forall X \in H_{\mathcal{M}} : X \in \mathcal{M}$
- $\exists X \in H_{\mathcal{M}}\ \forall Y \in H_{\mathcal{M}}\ \exists k_{XY}\ \forall Z \in k_{XY} : Z \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M}$
- $\exists X \in H_{\mathcal{M}}\ \forall Y \in H_{\mathcal{M}}\ \exists k_{XY}\ \forall Z \in k_{XY} : Z \in \mathcal{M}$
- $\exists A, B, C \in \mathcal{M}\ \exists D \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M} : C \in u_{AB} \wedge D \in u_{AB}$
- $\forall A \in \mathcal{M}\ \exists a \in \mathbb{R}^+\ \forall B \in \mathbb{E}^2 : |AB| < a \Rightarrow B \in \mathcal{M}$
- $\forall X \in (M \setminus H_{\mathcal{M}})\ \exists Y \in H_{\mathcal{M}}\ \forall Z \in u_{XY} : Z \in \mathcal{M}$

3.



- $\forall A, B \in \mathcal{M}\ \forall k_{AB} : P \in k_{AB}$
- $\forall A, B \in \mathcal{M} : P \in u_{AB} \Rightarrow (A \in H_{\mathcal{M}} \vee B \in H_{\mathcal{M}})$
- $\forall A, B \in \mathcal{M}\ \forall X \in \mathbb{E}^2 : X \in u_{AB} \Rightarrow X \in \mathcal{M}$
- $\forall A, B \in \mathcal{M}\ \exists k_{AB}\ \forall X \in k_{AB} : X \in \mathcal{M}$
- $\forall A \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M}\ \exists B \in \mathcal{M}\ \forall X \in u_{AB} : X \in \mathcal{M}$
- $\exists A \in H_{\mathcal{M}}\ \forall B \in \mathcal{M} : |BP| \leq |AP|$
- $\exists A, B \in \mathcal{M} : P \in u_{AB} \wedge |AP| = |BP|$
- $\exists k_{PP}\ \forall A \in k_{PP} : A \in H_{\mathcal{M}}$

4.



- $\forall X \in \mathbb{E}^2 \ \forall A, B \in \mathcal{M} : X \in u_{AB} \Rightarrow X \in \mathcal{M}$
- $\exists X \in \mathcal{M} \ \forall Y \in H_{\mathcal{M}} : X \neq Y$
- $\exists A, B \in \mathbb{E}^2 \setminus M \ \forall C \in \mathbb{E}^2 : C \in u_{AB} \Leftrightarrow C \in H_{\mathcal{M}}$
- $\exists X \in \mathcal{M} \ \forall Y, Z \in \mathcal{M} : Y \in u_{XZ}$
- $\forall X, Y \in \mathcal{M} \ \exists a, b \in \mathbb{R}^+ : X \neq Y \Rightarrow a < |XY| < b$
- $\exists X, Y \in \mathcal{M} \ \forall A, B, C \in \mathcal{M} : C \in u_{AB} \Rightarrow C \in u_{XY}$
- $\forall X, Y \in \mathcal{M} \ \forall k_{XY} \ \forall A \in k_{XY} : |AX| > |AY| \vee |AX| < |AY|$
- $\forall X \in \mathcal{M} \ \forall Y \in \mathbb{E}^2 \setminus \mathcal{M} : X \neq Y$