# PREDIKÁTOVÝ POČET

# OBSAH

- implikace a ekvivalence
  - podmínka nutná a postačující
- negace výroků
- výroky v běžné řeči
- predikáty
- kvantifikátory
- zápisy výroků (+ některých konkrétních)
- konkrétní prostředí (není v prezentaci)
- další dle potřeby

# IMPLIKACE A EKVIVALENCE

T(n) $\Rightarrow$ podmínka

Podmínka nutná

Tvrzení: **n je dělitelné 6**
(n označuje přirozené číslo)

Vyberte všechny podmínky nutné:

a) n je dělitelné 3

b) n je dělitelné 9

c) n je dělitelné 12

d) n = 24

e) $n^2$ je dělitelné 3

f) n je sudé a zároveň dělitelné 3

# IMPLIKACE A EKVIVALENCE

$T(n) \Leftarrow$ podmínka

Podmínka postačující

Tvrzení: **n je dělitelné 6**
(n označuje přirozené číslo)

Vyberte všechny podmínky postačující:

a) n je dělitelné 3

b) n je dělitelné 9

c) n je dělitelné 12

d) n = 24

e) $n^2$ je dělitelné 3

f) n je sudé a zároveň dělitelné 3

# IMPLIKACE A EKVIVALENCE

T(n) ⇔ podmínka

Podmínka nutná a postačující

Tvrzení: **n je dělitelné 6** (n označuje přirozené číslo)

Vyberte všechny podmínky nutné a postačující:

a) n je dělitelné 3

b) n je dělitelné 9

c) n je dělitelné 12

d) n = 24

e) $n^2$ je dělitelné 3

f) n je sudé a zároveň dělitelné 3

# TABULKA PRAVDIVOSTNÍCH HODNOT

| A | B | konjunkce | disjunkce | implikace | ekvivalence |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | | | |
| 1 | 0 | | | | |
| 0 | 1 | | | | |
| 0 | 0 | | | | |

# NEGACE VÝROKŮ A EKVIVALENCE

Označte všechny dvojice, kde jsou zapsána ekvivalentní tvrzení:

(a) $\neg P \vee Q$ , $P \Rightarrow Q$

(b) $\neg(P \vee Q)$ , $\neg P \wedge \neg Q$

(c) $\neg P \vee \neg Q$ , $\neg(P \vee \neg Q)$

(d) $\neg(P \wedge Q)$ , $\neg P \vee \neg Q$

(e) $\neg(P \Rightarrow (Q \wedge R))$ , $\neg(P \Rightarrow Q) \vee \neg(P \Rightarrow R)$

(f) $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$ , $(P \wedge Q) \Rightarrow R$

# IMPLIKACE V BĚŽNÉ ŘEČI

Zapište jako implikaci následující věty:

(a) Když jsou jablka červená, mohou se jíst.

(b) Diferencovatelnost funkce $f$ stačí k tomu, aby $f$ byla spojitá.

(c) Funkce je omezená pokud je integrovatelná.

(d) Posloupnost A je omezená pokaždé když je A konvergentní.

(e) Je nezbytné, aby $n$ bylo prvočíslo, pokud i $2^n-1$ má být prvočíslo.

(f) Družstvo vyhrává právě tehdy, když hraje Karel.

(g) Pokud hraje Karel, družstvo vyhrává.

(h) Družstvo vyhrává jen tehdy, když hraje Karel.

# EKVIVALENCE V BĚŽNÉ ŘEČI

Platí pro přirozená čísla?:

- *m***n* je sudé právě tehdy, když *m* i *n* jsou sudá
- *m***n* je liché právě tehdy, když *m* i *n* jsou lichá

# PREDIKÁTOVÝ POČET

- zabývá se popisem a studiem vnitřní (sémantické) struktury atomárních výroků
- používá k tomu:
  - proměnné
  - logické spojky
  - kvantifikátory
  - závorky

  + další specifické znaky

formálně vymezeno
v předmětu Logika

# JAK ZAPÍŠEME, ŽE OPERACE $\updownarrow$ NENÍ KOMUTATIVNÍ NA M?

$(X, Y \in M)$

a) $\forall x \forall y \, [x \underline{\updownarrow} y \neq y \underline{\updownarrow} x]$

b) $\forall x \exists y \, [x \underline{\updownarrow} y \neq y \underline{\updownarrow} x]$

c) $\exists x \exists y \, [x \underline{\updownarrow} y \neq y \underline{\updownarrow} x]$

d) $\exists x \forall y \, [x \underline{\updownarrow} y \neq y \underline{\updownarrow} x]$

# KTERÝ Z FORMÁLNÍCH ZÁPISŮ VYSTIHUJE NÁSLEDUJÍCÍ CITÁT:

"Je pravda, že můžeš někdy oklamat všechny lidi, ale nemůžeš je všechny oklamat vždycky."

Zápis $F(x,t)$ znamená klamu osobu x v okamžiku t;
$x$ značí osobu, $t$ značí časový okamžik.

a) $\exists t \forall x\, F(x,t) \wedge \exists x \exists t \neg F(x,t)$

b) $\exists x \exists t\, F(x,t) \wedge \neg \forall x \exists t\, F(x,t)$

c) $\exists x \exists t\, F(x,t) \wedge \neg \exists x \exists t\, F(x,t)$

d) žádná z možností

# KTERÁ TVRZENÍ JSOU PRAVDIVÁ ?

Která z následujících tvrzení platí pro $x,y \in \mathbf{R}$ ?

a) $\exists x\ (x^2 + 1 = 3)$

b) $\forall x\ (x+1 \geq x)$

c) $\forall x\ (x^3 + 17x^2 + 6x + 11 \geq 0)$

d) $\forall x\ \exists y\ (x^3 + y^3 = 0)$

e) $\exists x\ \forall y\ (x + y = 0)$

f) $\forall x\ \exists y\ (x \geq 0 \Rightarrow y^2 = x)$

příklad x protipříklad

# IRACIONÁLNÍ ČÍSLA

- Zapište tvrzení, že v oboru reálných čísel existuje číslo iracionální (smíte kvantifikovat pouze přes **R** a **N**)
- Zapište tvrzení, že v R neexistuje největší iracionální číslo.
- Zapište tvrzení, že mezi každými dvěma různými reálnými čísly leží číslo racioinální.

# EXISTUJE PRÁVĚ JEDNO *X*

Zápis $\exists!x\ \phi(x)$ znamená „existuje právě jedno $x$ pro které platí $\phi(x)$“. Která z následujících formulí zápis $\exists!x\ \phi(x)$ přesně definuje?

a) $\exists x \forall y\ [\phi(x) \wedge [\phi(y) \Rightarrow (x \neq y)]]$

b) $\exists x\ [\phi(x) \wedge (\exists y)[\phi(y) \Rightarrow (x \neq y)]]$

c) $\exists x \exists y\ [(\phi(x) \wedge \phi(y)) \Rightarrow (x = y)]$

d) $[\exists x\ \phi(x)] \wedge (\forall y)[\phi(y) \Rightarrow (x = y)]$

e) $\exists x[\phi(x) \wedge (\forall y)[\phi(y) \Rightarrow (x = y)]]$

# OCHUTNÁVKA Z COURSERA (1)

$D$: "The dollar is strong", $Y$: "The Yuan is strong", $T$: "New US–China trade agreement signed".

(a) Dollar and Yuan both strong

(b) Yuan weak despite new trade agreement, but Dollar remains strong

(c) Dollar and Yuan can't both be strong at same time.

(d) New trade agreement does not prevent fall in Dollar and Yuan

(e) US–China trade agreement fails but both currencies remain strong

# OCHUTNÁVKA Z COURSERA (2)

$D$: "The dollar is strong", $Y$: "The Yuan is strong", $T$: "New US–China trade agreement signed".

(a) New trade agreement will lead to strong currencies in both countries.

(b) Strong Dollar means a weak Yuan

(c) Trade agreement fails on news of weak Dollar.

(d) If new trade agreement is signed, Dollar and Yuan can't both remain strong

(e) Dollar weak but Yuan strong, following new trade agreement.

(f) If the trade agreement is signed, a rise in the Yuan will result in a fall in the Dollar.

(g) New trade agreement means Dollar and Yuan will rise and fall together.

(h) New trade agreement will be good for one side, but no one knows which.

# PROSTŘEDÍ KE ZKOUŠCE

- viz pdf