TEORIE GENERICKÉHO MODELU

poznávací proces

motivace	→	izolované modely	→	**generické modely**	→	abstraktní poznatek	→	**krystalizace**

(pracovní verze)

Teorie poznávacího procesu - TGM

Literatura: DŠM, 25 kapitol – odkaz v moodlu, text přednášky v moodlu

Teorie rozpracována v 50tých letech Vítem Hejným

Impuls:

Proč tolik žáků matematice nerozumí? Proč místo přemýšlení se snaží uchopovat pojmy, vztahy, procesy, situace pamětí?

Jak lze stav zlepšit?

V. Hejný zjistil:

- Když se dítě v 1. tř. naučí číslice, má často snahu zvládnout spoje typu 2 + 5 = 7, nebo 6 – 2 = 4 pamětí.
- Když ale čísla vyjadřuje pouze tečkami, nebo čárkami, jeho schopnost rozumět vztahům mezi čísly rychle narůstá. A i když se žák později číslice naučí, neoslabí to jeho potřebu vztahům rozumět.

Pokus na 7 – 9letých žácích

Úloha: Kolika způsoby lze číslo 15 napsat jako součet dvou čísel.

Žáci, kteří byli vedeni „přes tečky a čárky“, napsali

| | | | | | | | | | | | | | | a zjišťovali možnosti dělení na dvě části. Skoro vždy dali správnou odpověď.

Žáci vedeni tradičně pracovali podstatně déle a někteří ani úlohu nezvládli.

Nebezpečí předčasné symboliky

- neumožňuje dostatečně nasytit žáka zkušenostmi s konkrétními jevy

izolované modely (separované)

obecné poznatky

generické modely (univerzální)

Byla rozpracována myšlenka **etapizace** poznávacího procesu v matematice

s cílem vytvořit nástroj na odhalení **formálních poznatků** žáků a dát návrh na **reedukační zásahy**.

Název: **Teorie generických modelů** (TGM)

Poznávací proces - TGM

Motivace → Izolovaný model

↓ 1

Generický model procesuální → konceptuální

↓ 2

Abstraktní poznatek

↓

Krystalizace

1. zobecnění
2. abstrakce

Příběhy

Františka

5letá Františka ráda počítá, zejména s babičkou. Již několikrát sčítala 2 a 3 dohromady na bonbónech, panenkách, židlích ap.

Pak ji babička dala náročnou úlohu: „Tady pod ubrouskem jsou dvě jahody a pod moji rukou jsou tři jahody. Kolik je tady jahod dohromady?“ Dívka jahody neviděla. Chvíli na ubrousek i babiččinu ruku hleděla, pak k ubrousku dala dva prsty levé ruky a k babiččině ruce tři prsty pravé ruky a prsty spočítala. Radostně zvolala: „Pět“. Babička ji velice pochválila. Františce zasvítila očka a řekla: „To pokaždé bude pět. Dvě a tři dohromady je pokaždé pět.“

Cyril

Druhák Cyril doma řeší cv. 4 z F2/1; s. 44.

Věděl, jak to řešit, ve škole řešili podobnou úlohu na s. 37.

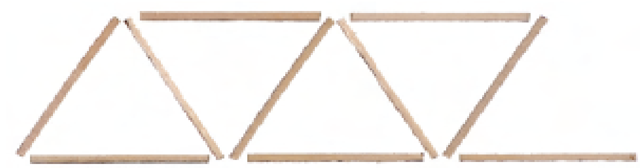
Z dřívějška Cyril ví na tři (čtyři, pět) oken potřebuje 7 (9, 11) dřívek. Zapíše čísla do tabulky a vidí, že narůstají po dvou.

Doplní tedy pod číslo 6 ještě číslo 13 a pro jistotu výsledek zkontroluje stavbou. Doplní celou tabulku a běží se pochlubit tátovi.

Ten se trochu pochybovačně ptá, zda to Cyril opravdu kontroloval.

Otec:Tady v tabulce máš, že osm oken uděláš ze sedmnácti dřívek. Udělej to.

4 Dokonči.



oken	1	2	3	4	5	6	7
dřívek							
oken	8	9	10	11	12	13	14
dřívek							

Cyril: (pomocí sirek vytvořil 8 oken a pak sirky po jedné počítal) Sedmnáct, vyšlo to.

Otec: Tak, ano, máš to dobře. ….. A kolik dřívek potřebuješ na 50 oken?

Cyril vidí, že to je mnoho psaní, odchází počítat.

Udělal si dlouhou tabulku: vyplnil první řádek č. 15, …, 50 (č. do 14 měl v předchozí tabulce).

Pak druhý řádek – jen lichá čísla. Když byl u čísla 61, přestal psát. Již dříve si všimnul, že pod čísly 9 a 19 jsou čísla 19 a 39.

Teď si všimnul, že pod desítkami 10, 20 a 30 jsou čísla 21, 41 a 61. Uhodnul, že pod číslem 40 bude 81 a pod číslem 50 bude 101.

Běžel objev ukázat otci. Ten ho pochválil a zeptal se, co bude pod číslem 57.

Cyril napsal tabulku pro čísla 50 až 57 a pod ně čísla 101, 103 až 115. Podíval se na otce.

Otec: Co bude pod číslem 100? Cyril napsal 100 a pod to ihned 201.

Otec: Co bude pod číslem 123? Cyril napsal 110 a 120, pod to 221 a 241. Nahoru dopsal čísla 121, 122 a 123 a pod ně 243, 245 a 247.

Otec dělal, že mu výpočet není jasný.

Cyril: Tady to (v čísle 120 zakryl číslici 0) vezmu dvakrát a dopíši jedničku (ukázal na 24 a číslici 1).

Otec velice hocha pochválil a odolal pokušení, prozradit synovi, že jeho pravidlo

$$\mathit{Dřívka} = 2 \cdot \mathit{Okna} + 1$$

platí pro všechna čísla, nejen pro desítky.

Cyril později společně se dvěma dalšími spolužáky toto pravidlo odhalili.

Objevování Pickovy formule

V geometrii: hledáme vazbu mezi obsahem trojúhelníka, počtem hraničních a vnitřních mřížových bodů.

Pokusy, data

Organizace dat do tabulky

Pravidelnost v tabulce

Lze pokračovat

Vazba pro $v = 0$

Co mají příběhy společného?

Aktéři příběhů jsou **motivováni** k činnosti

Františka

5letá Františka ráda počítá, zejména s babičkou. Je chválená. Nyní tam hrají navíc roli jahody.

Cyril

Přinesl si domů úlohu a chce ji řešit.

PF

Studenti chtějí odhalit kouzlo.

Aktéři příběhů si udělali mnoho zkušeností - „si to odpracovali“, mají zásobu **izolovaných modelů**

Františka

Již několikrát sčítala 2 a 3 dohromady na bonbónech, panenkách, židlích ap.

Cyril

Mnoho pokusů a jejich evidence tabulkou

PF

Mnoho pokusů a jejich evidence tabulkou

Aktéři poznali, že mají jejich zkušenosti něco společného

Františka

Jahody nevidí a vytváří si zástupný model – prsty, to je jeden **generický model čísel 2 a 3**

Cyril

Všímá si pravidelnosti v tabulce. Běžel objev ukázat otci.

PF

Pravidelnosti v tabulce/tabulkách odhaleny

U všech aktérů došlo k **AHA efektu**, generalizace, umí využít to společné – **generický model procesuální**

Františka

Řeší úlohu pomocí prstů. Radostně zvolala: „Pět“.

Cyril

Umí v pravidelnosti v tabulce pokračovat, jak dlouho potřeba. Nejprve vyplnil první řádek čísly od 15 do 50 (čísla do 14 měl v předchozí tabulce). Pak druhý řádek – jen lichá čísla.

PF

dtto

Aktéři zažili další AHA efekt – **generický model konceptuální**

Františka

Františce zasvítila očka a řekla: „To pokaždé bude pět. Dvě a tři dohromady je pokaždé pět.“ – **generický model sčítání 2* + 3* = 5***

Cyril

Odhalení vazeb v tabulce ve sloupečcích a

Konečně Cyril později společně se dvěma dalšími spolužáky toto pravidlo odhalili: *Dřívka* = 2 . *Okna* + 1

PF

Odhalení pravidla

Abstrakce $\rightarrow$ **abstraktní poznatek**

Františka

$2 + 3 = 5$

Cyril

$D = 2 \,.\, O + 1$

PF

$S = h/2 - 1$, pro $v = 0$

Motivace

„nevím“ - „potřebuji znát“

Ne vždy je žák k matematice motivován. Někdy bývá nucen. Pak nejde o motivaci, ale **stimulaci**. Rozdíl vychází z latinských slov: moveō = hýbati, pohybovati, stimulō = ostnem bodati, píchati.

1) cílem aktivity dítěte není produkt je činnosti, ale činnost sama
2) **naléhavost** potřeby poznávat a
3) široké **motivační spektrum**
4) těkavost

kognitivní motivace - potřeba poznávat, která pramení z rozporu mezi „nevím" a „chci znát“, „neumím“ a „chtěl bych umět“, „nezkusil jsem“ a „chtěl bych zkusit“.

Motivace

- je hybnou silou poznávacího procesu,
- žákovi ji dává pocit úspěchu, radost z vyřešení **přiměřeně** náročné úlohy

Přiměřená úloha musí být tak lehká, aby ji žák vyřešil, a zároveň tak náročná, aby z jejího zdolání měl radost.

Izolovaný model

4 etapy

1) první konkrétní zkušenost, první model - zárodek příštího poznání.
2) postupně další izolované modely, zatím nepropojeny. (Modely falešné)
3) některé modely začnou na sebe navzájem poukazovat a shlukovat se do skupin a oddělovat od jiných. Vzniká předtucha, že tyto modely jsou v jistém smyslu „stejné“ - objev.
4) zjištění podstaty oné „stejnosti“, vede k vytvoření komunity modelů.

Generický model

vzniká procesem **zobecnění** (generalizace) z komunity izolovaných modelů, ze čtvrté pod-etapy IM-ů.

Proces bývá doprovázen AHA-efektem, náhlým uzřením společné podstaty série IM-ů, a radostí.

GM je jádrem skutečného poznání

V poznávacím procesu hraje GM roli pivota.

Směrem

- **dolů** sjednocuje komunitu IM-ů a je prototypem každého jedince této komunity
- **nahoru** je východiskem k vytvoření abstraktního poznatku,

    ale též mění svoje zařazení; stává se izolovaným modelem, aby vedl k objevu GM vyšší úrovně.

Generický model

GM-y jsou **procesuální *a* konceptuální**.

Návod jak postupně dojít k výsledku nazveme **procesuální** generický model.

Vzorec, který umožňuje najít výsledek ihned, dosazením, budeme nazývat **konceptuální** generický model.

Kvalitu například znalosti operace sčítání u daného žáka lze hodnotit podle toho, kolik z GM-ů ovládá pasivně (tj. vyřeší slovní úlohu uvedeného typu) a kolik aktivně (tj. je schopen vytvořit slovní úlohu daného typu).

Převzetí a osvojení si poznatku

Příběh Véna

třídní kognitivní osmóza

Je to proces, jak se poznání objevené jedním nebo několika málo žáky, dostane do vědomí spolužáků.

První cesta - **převzetí** poznatku. Uložení poznatku do paměti, bez porozumění podstaty.

Druhá cesta - **osvojení** poznatku. Uložení poznatku do paměti společně s propojením na relevantní IM-y. Tedy k osvojení poznatku je nutné, aby žák absolvoval druhou pod-etapu IM-ů.

Poznatek je každý prvek nebo klastr prvků dlouhodobé paměti člověka.

Informace je poznatek, který do paměti vstoupil zvenčí.

Znalost je poznatek, který si člověk zkonstruoval sám vlastní intelektuální činností.

Formální poznatek je informace, která mohla být znalostí, která se tváří jako znalost.

Formální znalost

Poznání, které není opřeno o IM-y a GM-y, ale je uchováno pouze pamětí pomocí pouček, vzorců apod. nazveme poznáním **formálním** - pojmenovaná nevědomost.

Příběh

Studentka u zkoušky z geometrie sestavila síť krychle bez víka. Objem této krychle řešila takto:

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{a}^3 - \boldsymbol{a}^2$$

Formální poznatek

- Není propojen na životní zkušenosti.
- Není propojen na jiné příbuzné poznatky.
- Když z paměti vypadne, není obnovitelný bez vnější pomoci.
- Není aplikovatelný v nestandardních situacích.
- Není schopen dalšího rozvoje.
- Žák není schopen odstranit případnou chybu, která se do poznatku vloudí, někdy ani není schopen poznat, že jeho poznatek je chybný.

Abstraktní poznatek

vzniká procesem odloučení tj. **abstrahování** jádra poznání od konkrétních podmínek, v nichž je poznání uloženo.

Charakteristickým rysem abstraktního poznání je **změna jazyka**.

Např. pojem „dvě“ je nejprve vázán na konkrétní sémantickou skutečnost (dvě jablíčka je něco jiného než dvě panenky a to je něco jiného než dvě ruce).

Z těchto IM-ů vzniká GM dva prsty, nebo //. Z něj se pak abstrakcí od sémantiky rodí pojem „dvě“ zapsaný znakem 2.

Podobně různé IM-y vztahu 2* + 3* = 5* vytvoří nejprve GM // + /// = ///// a ten pak přechází do abstraktního poznatku zapsaného 2 + 3 = 5.

Abstraktní poznatek

Klíčové pro proces abstrakce je to, zda nový jazyk přichází jako nové jméno pro již existující poznatek, nebo jako nositel nového poznatku.

Když nový jazyk přichází jen jako nové jméno pro to, co již ve vědomí existuje, pak nový jazyk organicky napomáhá posouvat existující GM-y na úroveň abstraktního poznatku.

Není-li tomu tak, pak nový jazyk je pouze nástroj komunikace, často pro žáka bezobsažný.

Abstraktní poznatek

Např.

Žák umí počítat do 20, ale dosud nezná číslice. Je poučen, že čísla budeme psát pomocí znaků 1, 2, 3, … Tím se jeho znalost malé aritmetiky začíná zvedat na úroveň abstraktní znalosti.

Jestliže ovšem se znakový systém zavede příliš brzy, dříve než byly vytvořeny generické modely pro číslo, nejedná se o abstraktní znalost, ale o komunikační nástroj.

Abstraktní poznatek

Když je tento nástroj doplňováním o další poučky udržován jako protetická znalost, pak je to **znalost formální**. Je to pouze **protéza skutečné znalosti**, i když žák bezpečně odříká pravidla a správně pomocí nich vyřeší standardní úlohy.

Na nestandardních úlohách, například algebrogramech typu AB + B = 24, ztroskotá.

Když jsou ale později abstraktní znaky číslic **zživotňovány** běžnou každodenní zkušeností, například nakupováním, pak se tato znalost stává neformální.

Proto převážná většina dospělých s přirozenými čísly potíže nemá. Neplatí to již ale o zlomcích a číslech záporných, se kterými se v běžném životě setkáváme podstatně řidčeji.

Krystalizace

- proces postupné domestikace nového poznatku ve vědomí učícího se

Automatizace

např. početních spojů sčítalky, odčítalky a zejména násobilky není etapou poznávacího procesu. To je proces nácvikový, jehož přínos pro rozvoj matematického myšlení je silně diskutabilní. Nerozvíjí se **kauzalita** (příčinné myšlení), ale **asociace**.

Úkoly do semináře

Každý napište

1) seznam pojmů, vztahů (vzorečků), procesů (algoritmus písemného násobení), které jsou ve vaší hlavě uloženy jako formální poznatky.

Budeme hledat způsob **reedukace.**

2) Váš příběh o poznávacím procesu s komentářem