

Několik rovnic a nerovnic

Upozornění: Všude v textu: $k \in \mathbb{Z}$. Není-li řečeno jinak, řešte v \mathbb{R} či $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1. Kombinace "vtip, maximo-minimální, goniometrie, průběh..."

1. $4^{\log_{\frac{1}{2}}(\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 5)} = 3^{-2}$
2. $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x \leq 2$
3. $\log_3 \sin x - \log_3 \cos x < 0,5$

Výsledky:

1. $x_1 = \frac{7}{4}\pi + k\pi, x_2 \cong -0,59 + k\pi$
2. $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$
3. $x \in (2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi)$

2. Logaritmické, exponenciální

1. $\log x^2 + \log x^4 = 3$
2. Graficky znázorněte výsledek $\log_x(\log_y x) > 0$
3. $\ln \log_2 \log_{\frac{1}{2}} x = 0$
4. $9^x + 15^x = 25^x$
5. $\log_{2x+4}(x^2 - x) > 1$
6. $2 \log_x a + 3 \log_{a^2 x} a + \frac{\log_x a}{\log_x ax} = 0, a$ je reálný parametr
7. $\log_2 x + 3 \log_x 2 \leq 0$
8. $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$
9. $\log_{2x+1} |(5-2x)(2x+1)| + \log_{5-2x}(1+2x)^2 = 4$
10. $(3 + \sqrt{8})^x + (3 - \sqrt{8})^x = 34$
11. $\frac{\log_3^2 x - \log_3 x}{1 + \log_3 x} > 0$
12. $|\log x| + \frac{1}{\log x} = 2$

Výsledky:

1. $x = \pm\sqrt{10}$
2. sjednocení dvou oblastí, pro $x \in (0, 1) : y < x$, pro $x \in (1, \infty) : y < x$
3. $x = \frac{1}{4}$
4. $x = \frac{\log \frac{-1+\sqrt{5}}{2}}{\log \frac{3}{5}}$
5. $K = (-1, 5; -1) \cup (4, \infty)$
6. pro $a \leq 0$... rce nemá smysl, pro $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ je $x \in \{a^{-\frac{4}{3}}, a^{-\frac{1}{2}}\}$, pro $a = 1$

je $x = \mathbb{R}^+ - \{1\}$ 7. $K = (0, 1)$ 8. $K = \{1, 4\}$ 9. $K = \{1; 0, 5\}$
10. $K = \{\pm 2\}$ 11. $K = (\frac{1}{3}; 1) \cup (3, \infty)$ 12. $K = \{10; 10^{-1-\sqrt{2}}\}$

3. A aspoň jedna soustava

1. $x^{-y}\sqrt{x+y} = 2\sqrt{3} \wedge (x+y).2^{y-x} = 3$. U rozmýšlení správnosti úprav si připomeňte, které odmocniny nejsou definovány apod. a pak řešte pro $x - y \in \{1, 2, \dots\}$

Výsledky:

1. $x = 7, y = 5$