Zeemanův jev

– zajímá mě, jak se změní energetické hladiny v atomu po vložení do vnějšího mag. pole

1) elektron se spinem ve vnějším elektromag. poli

$$\underset{\substack{\uparrow\\ \text{matice}\\ 2\times 2}}{\hat{H}^P} = \Big\{\underbrace{\frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}} + e\hat{\vec{A}})^2}_{\substack{\text{náboj ve vnějším}\\ \text{magnetickém poli}}} - e\varphi + V\Big\}\, \overset{\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}}{\mathbb{1}_{2\times2}} + \hat{H}_{SO} + \mu_B\, \overset{\text{vektor matic}}{\hat{\vec{\sigma}}} \cdot \vec{B}$$

$-e\varphi$: náboj ve vnějším elektrickém poli => Coulombovo pole atom. jádra

V: může být ještě nějaký potenciál, další interakce, zde $\underline{V = 0}$

$\boxed{\text{Pauliho hamiltonián}}$

$\hat{H}_{SO}$: „spin-orbitální" interakce = energie, kterou má mag. moment elektronu v mag. poli, které si elektron vytváří svým pohybem -> zatím <u>zanedbáme</u>

$\mu_B \hat{\vec{\sigma}}\cdot\vec{B}$: energie mag. momentu ve vnějším mag. poli $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ „Bohrův magneton"

2) $\hat{H}^P$ .... chci, aby byl diagonální

- poslední člen: $\mu_B \hat{\vec{\sigma}} \cdot \vec{B} = \mu_B \begin{pmatrix} B_z & B_x - iB_y \\ B_x + iB_y & -B_z \end{pmatrix}$ .... ověřte!

=> zvolím osu z do směru mag. pole => $\vec{B} = (0, 0, B)$

- mag. pole je homogenní $B = \text{konst.}$

=> $\hat{\vec{A}} = \frac{B}{2}(-\hat{y}, \hat{x}, 0)$ ... dosazením ověřte, že platí $\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$

- $\frac{1}{2m}(\hat{\vec{p}} + e\hat{\vec{A}})^2 = \frac{1}{2m}\Big(\hat{\vec{p}}^{\,2} + \underbrace{e\hat{\vec{p}}\cdot\hat{\vec{A}} + e\hat{\vec{A}}\cdot\hat{\vec{p}}}_{} + e^2\hat{\vec{A}}^2\Big) =$

! $\hat{\vec{p}}, \hat{\vec{A}}$ obecně nekomutují, zde náhodou ano

$$= \frac{\hat{\vec{p}}^{\,2}}{2m} + 2\,\frac{e}{2m}\,\frac{B}{2}\underbrace{(-\hat{y}\hat{p}_x + \hat{x}\hat{p}_y)}_{\hat{L}_z} + \underbrace{\frac{e^2}{2m}B^2(\hat{x}^2 + \hat{y}^2)}_{\substack{\text{pro slabá pole}\\ \text{zanedbáme}\\ \text{(nelineární člen)}}}$$

3) napíšeme si hamiltonián (co z něj zbylo):

$$\hat{H} = \underbrace{\left\{ \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + e\varphi \right\} \mathbb{1}_{2\times 2}} + \underbrace{\frac{eB}{2m}} \left(\hat{L}_z \mathbb{1}_{2\times 2} + \hbar \hat{\sigma}_z \right)$$

$\mathbb{1}_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

hamiltonián elektronu ve „vodíku podobném atomu" (elektron beze spinu) označím si jako $\hat{H}_{at.}$

Ω_L .... konstanta, tzv. Larmorova frekvence

4) vezmeme si elektron ve stacionárním stavu popsaném kvantovými čísly n, l, m, m_s - jedná se o vlastní stav zároveň těchto operátorů $\hat{H}_{at.}, \hat{\vec{L}}^2, \hat{L}_z, \hat{S}_z$

$$\hat{H}_{at} \psi_{nlmm_s} = E^{at.}_{nl} \psi_{nlmm_s}$$

připustím, že by energie mohla záviset i na l

$$\hat{\vec{L}}^2 \psi_{nlmm_s} = \hbar^2 l(l+1) \psi_{nlmm_s}$$

$$\hat{L}_z \psi_{nlmm_s} = \hbar m \psi_{nlmm_s}$$

$$\hat{S}_z \psi_{nlmm_s} = \hbar m_s \psi_{nlmm_s} \qquad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}_z$

najděte $\hat{\sigma}_z \psi_{nlmm_s} = ?$

pozn.: vlnová funkce elektronu se spinem 1/2 je vlastně vektor:

$$\psi_{nlmm_s} = \begin{pmatrix} \psi_{nlm\uparrow} \\ \psi_{nlm\downarrow} \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow m_s = \frac{1}{2} \\ \leftarrow m_s = -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

popisuje hustotu pst. nalezení částice v daném místě s danou hodnotou průmětu spinu do osy z

5) dosadím tyto vlnové funkce do stacionární Schrödingerovy rovnice

- maticová rovnice => mohu napsat jako 2 rovnice
- dosadím známé působení operátorů na tyto vlnové funkce

$$\hat{H}\psi_{nlm\uparrow} = \left[\hat{H}_{at.} + \Omega_L(\hat{L}_z + \hbar)\right]\psi_{nlm\uparrow} =$$

$$= \left[E_{nl} + \Omega_L(\hbar m + \hbar)\right]\psi_{nlm\uparrow} \qquad m_s = \frac{1}{2}$$

$$\hat{H}\psi_{nlm\downarrow} = \left[E_{nl} + \Omega_L(\hbar m - \hbar)\right]\psi_{nlm\uparrow} \qquad m_s = -\frac{1}{2}$$

společný zápis:

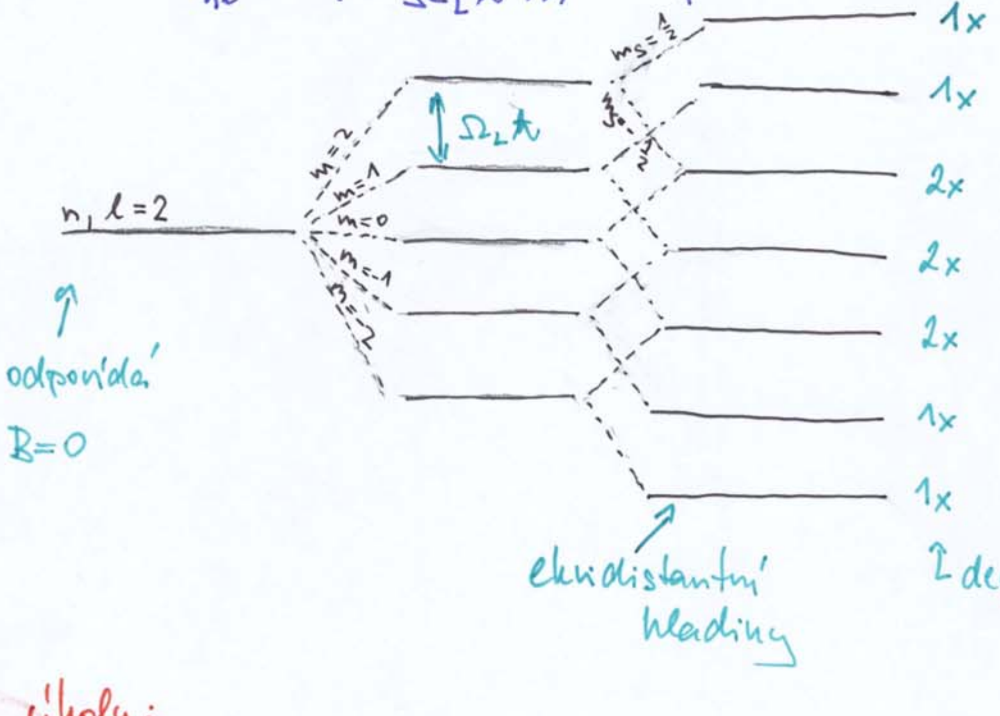
$$E_{nlmm_s} = E^{at.}_{nl} + \Omega_L \hbar (m + 2m_s)$$

původně byly hladiny degenerované vůči m ... má $2l+1$ možností i m_s .... má 2 možnosti

$\hookrightarrow \sim B$

6) na kolik hladin a jak se rozštěpí energetické hladina po zapnutí mag. pole

$$E^{at.}_{nl} + \Omega_L \hbar m + \Omega_L \hbar 2m_s$$



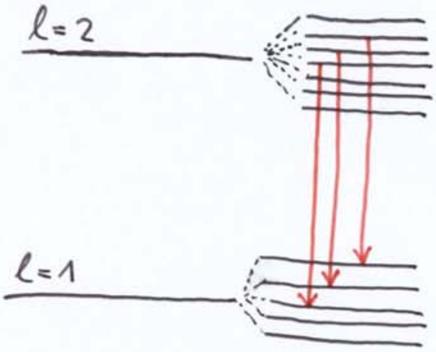
po zapnutí mag. pole se hladina rozštěpila na 7 hladin, degenerace zmizela jen částečně

úkoly:

- na kolik hladin se rozštěpí hladina s $l=3$, nakreslete obrázek
- ukažte, že platí pro počet hladin $= \frac{2(2l+1)-4}{2} + 4$

7) jak se projeví rozštěpení en. hladin ve spektru?

- spektrální čára je dána přeskokem mezi 2 hladinami, po zapnutí mag. pole se obě rozštěpí na několik hladin, elektron, ale nemůže přeskočit z libovolné „nové" hladiny na libovolnou „novou" hladinu, musí dodržet výběrová pravidla



$\Delta m = 1, 0, -1$

Spin se nemění

• rozmyslete, že všechny naznačené přechody odpovídají stejné čáře ve spektru

$$\Delta E = E_{poč.} - E_{kon.} = \underbrace{E^{at.}_{n_1 l_1} - E^{at.}_{n_2 l_2}}_{\text{Původní spektrální čára}} + \Omega_L \hbar \big(\underbrace{m_1 - m_2}_{\Delta m} + \underbrace{2m_{s1} - 2m_{s2}}_{0}\big)$$

$$= \Delta E^{at.} + \Omega_L \hbar \, \Delta m$$

↑ 3 možnosti

=> spektrální čára se rozdělí na 3 čáry

8) jak je to pro „jinak" velké mag. pole

Anomální Zeemanův jev ← malinkaté mag. pole — Normální Zeemanův jev — silné mag. pole → Paschen-Backův jev

Anomální Zeemanův jev:
- nelze zanedbat spin-orbitální interakci
- mnohem složitější výpočet
- ~~[illegible]~~ hladiny nejsou ekvidistantní
- více spektrálních čar

Paschen-Backův jev:
- nelze zanedbat ten kvadratický člen
- rozštěpení hladin NENÍ úměrné B