

spektry. Spojitým spektrem, které odpovídá energiím  $E \geq 0$ , se budeme zabývat pouze okrajově.

Při řešení problému s hamiltonánem (16.1) je výhodné použít sférické souřadnice  $r$ ,  $\theta$  a  $\varphi$ . Coulombovský potenciál závisí pouze na radiální souřadnici  $r$  a jde proto o pohyb v centrálním poli. Díky tomuto poli jsou kvadrát orbitálního momentu hybnosti a jeho  $z$ -ová komponenta integrály pohybu (viz kap. 15.2). Je zřejmé, že vázané stavy vodíku podobného atomu lze klasifikovat s pomocí kvantových čísel  $l$  a  $m$  charakterizujících tyto veličiny

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi). \quad (16.2)$$

Zde jsme připsali i třetí kvantové číslo  $n$ , které odpovídá kvantování v radiálním směru a které je dané coulombovským potenciálem v rovnici (16.1). Vzhledem k tomu, že coulombovský potenciál závisí pouze na souřadnici  $r$ , energie vázaných stavů vodíku podobného atomu nebudou zřejmě záviset na kvantových číslech  $l$  a  $m$

$$E = E_n. \quad (16.3)$$

V centrálním poli úhlová část pohybu nepřispívá ke kvantování energií. Všimněme si, že stavy vodíku podobného atomu charakterizujeme s pomocí tří kvantových čísel, což odpovídá počtu prostorových proměnných. Stejnou závislost (16.3) dostáváme i při řešení „vodíku podobného atomu“ v jednorozměrném či dvourozměrném prostoru.

## 16.1 Diskrétní spektrum

Hamiltonián (16.1) má ve sférických souřadnicích tvar

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\Delta_{\theta, \varphi}}{r^2} \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}, \quad (16.4)$$

kde operátor  $\Delta_{\theta, \varphi}$  je dán vztahem (15.9).

Vzhledem k tomu, že tento hamiltonián vytváří společně s operátory kvadrátu momentu hybnosti (15.8)

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \Delta_{\theta, \varphi} \quad (16.5)$$

a jeho  $z$ -ové komponenty (15.7)

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}, \quad (16.6)$$

systém tří navzájem komutujících operátorů, existuje společný systém vlastních funkcí těchto operátorů. Uvážíme-li, že poslední dva operátory nezávisí na proměnné  $r$ , můžeme předpokládat vlnové funkce  $\psi$  v separovaném tvaru

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (16.7)$$

kde  $R(r)$  je dosud neurčená radiální část vlnové funkce a kulové funkce  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  jsou vlastní funkce operátorů  $\hat{L}^2$  a  $\hat{L}_z$ , viz (15.56) a (15.57)

$$\hat{L}^2 Y_{lm} = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (16.8)$$

a

$$\hat{L}_z Y_{lm} = \hbar m Y_{lm}, \quad m = -l, \dots, l. \quad (16.9)$$

Dosadíme-li předpoklad (16.7) do nečasové Schrödingerovy rovnice s hamiltoniánem (16.4) a využijeme-li předposledního vztahu, dostaneme po vykrácení  $Y_{lm}$  rovnici pro radiální část vlnové funkce  $R(r)$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d}{dr} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} R = ER, \quad (16.10)$$

kde  $E$  je vlastní energie. Zbývá nalézt řešení této jednorozměrné Schrödingerovy rovnice v proměnné  $r$ .

Tato rovnice se poněkud zjednoduší, použijeme-li substituci

$$R(r) = \frac{u(r)}{r}. \quad (16.11)$$

Z rovnice (16.10) pak dostaneme

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} u - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} u = Eu. \quad (16.12)$$

Abychom tuto rovnici dále zjednodušili, zavedeme vhodné jednotky. Vzdálenost budeme vyjadřovat v bezrozměrných jednotkách

$$\rho = \frac{r}{a}, \quad (16.13)$$

kde  $a$  je tzv. *Bohrův poloměr*

$$a = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2}. \quad (16.14)$$

Číselně vyjádřeno je Bohrův poloměr roven  $a \approx 0,0529177 \times 10^{-9} \text{ m} = 0,529177 \text{ \AA}$ . Podobně, energii budeme vyjadřovat s pomocí bezrozměrné veličiny  $\epsilon$

$$\epsilon = \frac{E}{\text{Ry}}, \quad (16.15)$$

kde jeden *Rydberg* je roven

$$\text{Ry} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a} = \frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \quad (16.16)$$

a  $m$  zde označuje hmotnost elektronu. Redukovaná hmotnost se zde neuvažuje. Číselně je jeden Rydberg roven  $1 \text{ Ry} \approx 2,17991 \times 10^{-18} \text{ J} = 13,605 \text{ eV}$ . Jak se ukáže

dále, Bohrov poloměr je vzdálenost od jádra, v níž je největší pravděpodobnost nalézt elektron v základním stavu atomu vodíku. Podobně, jeden Rydberg až na znaménko udává energii základního stavu atomu vodíku. Zavedené jednotky jsou proto z hlediska atomárního světa přirozené. Kromě Rydbergu se zavádí často také jednotka 1 Hartree = 2 Ry  $\approx 27,211$  eV.

Při použití těchto proměnných dostaneme Schrödingerovu rovnici ve tvaru

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} + \left[ \epsilon + \frac{2Z}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] u = 0, \quad (16.17)$$

kteřou budeme řešit podobným způsobem jako v případě lineárního harmonického oscilátoru nebo výpočtu vlastních funkcí operátoru momentu hybnosti.

Nejdříve určíme asymptotické chování funkce  $u$  pro  $r \rightarrow \infty$ , tj.  $\rho \rightarrow \infty$ . V tomto případě přechází rovnice (16.17) na jednodušší rovnici

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} + \epsilon u = 0, \quad (16.18)$$

jejíž řešení splňující podmínku  $u \rightarrow 0$  pro  $\rho \rightarrow \infty$  zapíšeme ve tvaru

$$u(\rho) = \text{konst } e^{-\alpha\rho}, \quad (16.19)$$

kde

$$\alpha = \sqrt{-\epsilon} \quad (16.20)$$

a pro vázané stavy s energií  $E < 0$  platí

$$\epsilon < 0. \quad (16.21)$$

Řešení  $u$  na celém intervalu  $0 < \rho < \infty$  budeme hledat ve tvaru

$$u(\rho) = e^{-\alpha\rho} f(\rho), \quad (16.22)$$

kde  $f(\rho)$  je nová funkce. Dosazením tohoto předpokladu do rovnice (16.17) vidíme, že funkce  $f$  musí splňovat rovnici

$$\frac{d^2f}{d\rho^2} - 2\alpha \frac{df}{d\rho} + \left[ \frac{2Z}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] f = 0. \quad (16.23)$$

Řešení této rovnice budeme hledat ve tvaru mocninné řady

$$f(\rho) = \rho^\gamma (a_0 + a_1\rho + a_2\rho^2 + \dots), \quad (16.24)$$

kde  $\gamma$  a  $a_i$  jsou dosud neurčené konstanty. Přitom budeme požadovat, aby radiální část vlnové funkce byla normovaná, tj. aby platil vztah

$$\int_0^\infty |R(r)|^2 r^2 dr = 1. \quad (16.25)$$

Konstantu  $\gamma$  určíme z podmínky konečnosti funkce  $f$  pro  $\rho \rightarrow 0$ . Pro  $\rho \rightarrow 0$  můžeme místo (16.24) předpokládat

$$f(\rho) = a_0 \rho^\gamma. \quad (16.26)$$

Pak platí

$$f' = a_0 \gamma \rho^{\gamma-1} \quad (16.27)$$

a

$$f'' = a_0 \gamma (\gamma - 1) \rho^{\gamma-2}. \quad (16.28)$$

Dosazením těchto vztahů do diferenciální rovnice (16.23) dostaneme s přesností do nejnižšího řádu v  $\rho$

$$\gamma(\gamma - 1) = l(l + 1), \quad (16.29)$$

což vede na dvě možné hodnoty

$$\gamma = l + 1 \quad (16.30)$$

nebo

$$\gamma = -l. \quad (16.31)$$

Pro hodnotu  $\gamma$  podle vztahu (16.31) však funkce  $u$  pro  $\rho \rightarrow 0$  diverguje, takže je nutné použít vztah (16.30). Dostáváme proto

$$f(\rho) = \rho^{l+1} \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu \rho^\nu. \quad (16.32)$$

Tento výsledek dosadíme do rovnice (16.23) a dostaneme

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} [a_{\nu+1} ((\nu + l + 2)(\nu + l + 1) - l(l + 1)) + a_\nu (2Z - 2\alpha(\nu + l + 1))] \rho^{\nu+l} = 0. \quad (16.33)$$

Vzhledem k tomu, že požadujeme platnost této rovnice pro libovolná  $\rho$ , musí pro koeficienty  $a_\nu$  platit rekurentní vztah

$$a_{\nu+1} = \frac{2\alpha(\nu + l + 1) - 2Z}{(\nu + l + 2)(\nu + l + 1) - l(l + 1)} a_\nu, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (16.34)$$

Díky požadavku (16.25) však musí jít radiální část vlnové funkce

$$R(\rho) = \frac{e^{-\alpha\rho} f(\rho)}{\rho} \quad (16.35)$$

pro  $\rho \rightarrow \infty$  k nule. Ze vztahu (16.34) však pro velká  $\nu$  dostáváme

$$a_{\nu+1} \approx \frac{2\alpha}{\nu} a_\nu, \quad (16.36)$$

což vede na funkci  $f = \rho^{l+1}e^{2\alpha\rho}$ . To ukazuje, že pokud je řada ve vztahu (16.32) nekonečná, funkce  $R(\rho)$  pro  $\rho \rightarrow \infty$  nejde k nule<sup>1</sup>. Musíme proto požadovat, aby tato řada přešla na polynom, tj. aby koeficienty  $a_\nu$  byly počínaje určitou hodnotou  $\nu$  nulové. To se stane, pokud bude čitatel v rovnici (16.34) pro jistou hodnotu  $\nu = n_r$  roven nule

$$2\alpha(n_r + l + 1) = 2Z, \quad (16.37)$$

kde

$$n_r = 0, 1, 2, \dots \quad (16.38)$$

je celé nezáporné číslo. Podmínka (16.37) je zřejmě *kvantovací podmínkou* pro možné hodnoty  $\alpha = \sqrt{-\epsilon}$ , a tedy i energie

$$\alpha = \frac{Z}{n_r + l + 1}. \quad (16.39)$$

Místo kvantového čísla  $n_r$  se obvykle zavádí tzv. *hlavní kvantové číslo*

$$n = n_r + l + 1, \quad (16.40)$$

kde  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Pro možné hodnoty energie pak dostáváme

$$\epsilon = -\alpha^2 = -\frac{Z^2}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (16.41)$$

Vrátíme-li se k původním jednotkám, dostaneme kvantované hodnoty energie vázaných stacionárních stavů vodíku podobného atomu (viz obr. 16.1)

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2 e^2}{2a} \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (16.42)$$

Energie těchto stavů jsou záporné. To je v souladu s tím, že k ionizaci atomu v takových stavech je třeba dodat energii. Speciálně, energie základního stavu s nejnižší energií  $n = 1$  atomu vodíku ( $Z = 1$ ) je rovna -1 Ry.

Možné hodnoty tzv. *orbitálního kvantového čísla*  $l$  vyplývají z rovnice (16.40)

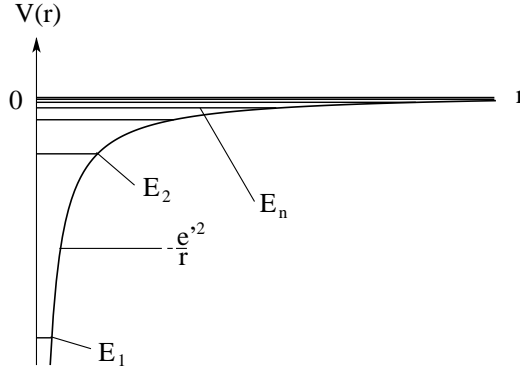
$$l = 0, \dots, n - 1. \quad (16.43)$$

Současně, tzv. *magnetické kvantové číslo*  $m$  může nabývat hodnoty (viz kap. 15)

$$m = -l, \dots, l. \quad (16.44)$$

Energie základního stavu  $E_1$  není degenerována (přísluší jí jeden stav s kvantovými čísly  $n = 1$  a  $l = m = 0$ ). Naproti tomu, vyšší energie  $E_n$ ,  $n = 2, 3, 4, \dots$  jsou degenerované, neboť jim přísluší několik různých stavů s různými hodnotami  $l$  a  $m$ .

<sup>1</sup>Podrobnější diskuze viz [15].



Obrázek 16.1: Energie  $E_n$  pro atom vodíku ( $Z = 1$ ).  $(e')^2$  označuje  $e^2/(4\pi\epsilon_0)$ .

Pro každé  $l = 0, \dots, n-1$  máme celkem  $2l+1$  hodnot  $m = -l, \dots, l$ . Degenerace hladiny  $E_n$  je tudíž rovna

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2. \quad (16.45)$$

Použijeme-li kvantové číslo  $n$  a rovnici (16.39) pro  $\alpha$ , rekurentní vztah (16.34) dostane tvar

$$a_{\nu+1} = -\frac{2Z}{n} \frac{n-(l+\nu+1)}{(\nu+1)(2l+\nu+2)} a_{\nu}, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (16.46)$$

Hodnota koeficientu  $a_0$  je dána normovací podmínkou (16.25). Po dosazení vztahu (16.46) do rovnice (16.32) dostaneme

$$f(\rho) = a_0 \rho^{l+1} \left[ 1 - \frac{n-l-1}{1!(2l+2)} \frac{2Z\rho}{n} + \frac{(n-l-1)(n-l-2)}{2!(2l+2)(2l+3)} \left( \frac{2Z\rho}{n} \right)^2 + \dots \right. \\ \left. \dots + (-1)^{n-l-1} \frac{(n-l-1)(n-l-2)\dots 1}{(n-l-1)!(2l+2)(2l+3)\dots(n+l)} \left( \frac{2Z\rho}{n} \right)^{n-l-1} \right]. \quad (16.47)$$

Normované radiální části vlnových funkcí lze zapsat ve tvaru

$$R_{nl}(\xi) = N_{nl} e^{-\xi/2} \xi^l L_{n+l}^{2l+1}(\xi), \quad (16.48)$$

kde

$$\xi = \frac{2Z\rho}{n} = \frac{2Zr}{na} \quad (16.49)$$

a  $L_k^s(\xi)$  jsou *přidružené Laguerrovy polynomy* (viz příloha I), které lze získat z *obyčejných Laguerrových polynomů*  $L_k(\xi)$

$$L_k(\xi) = e^\xi \frac{d^k}{d\xi^k} (e^{-\xi} \xi^k) \quad (16.50)$$

s pomocí vztahu

$$L_k^s(\xi) = \frac{d^s}{d\xi^s} L_k(\xi). \quad (16.51)$$

Normovací koeficient je roven

$$N_{nl} = \left[ \left( \frac{2Z}{na} \right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3} \right]^{1/2}. \quad (16.52)$$

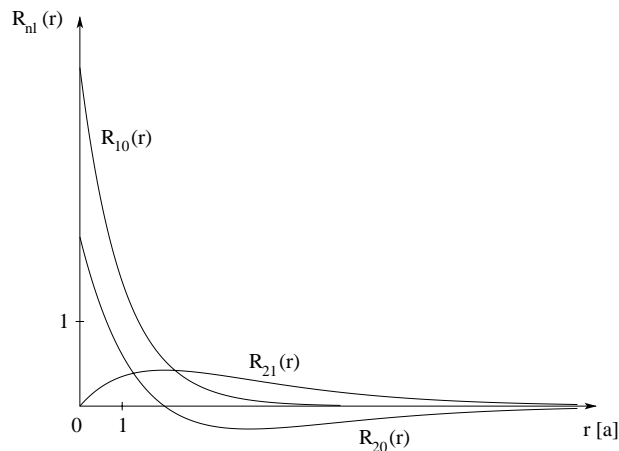
Podrobně uvedeme několik normovaných radiálních částí vlnových funkcí (viz obr. 16.2-16.3)

$$R_{10}(r) = \left( \frac{Z}{a} \right)^{3/2} 2e^{-Zr/a}, \quad (16.53)$$

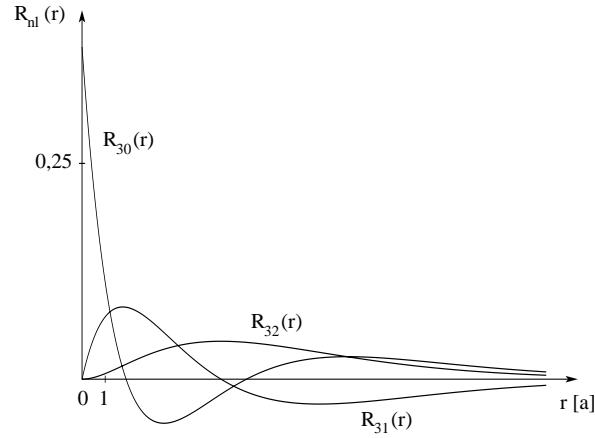
$$R_{20}(r) = \left( \frac{Z}{2a} \right)^{3/2} \left( 2 - \frac{Zr}{a} \right) e^{-Zr/(2a)} \quad (16.54)$$

a

$$R_{21}(r) = \left( \frac{Z}{2a} \right)^{3/2} \frac{Zr}{a\sqrt{3}} e^{-Zr/(2a)}. \quad (16.55)$$



Obrázek 16.2: Radiální části  $R_{nl}(r)$  vlnových funkcí pro atom vodíku pro  $n = 1$ ,  $l = 0$  a  $n = 2$ ,  $l = 0, 1$ .  $a$  označuje Bohrovův poloměr.



Obrázek 16.3: Radiální části  $R_{nl}(r)$  vlnových funkcí pro atomu vodík pro  $n = 3$  a  $l = 0, 1, 2$ .

Pro úplnost uvádíme i několik normovaných úhlových částí vlnových funkcí

$$Y_{00}(\theta, \varphi) = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{1/2}, \quad (16.56)$$

$$Y_{1,-1}(\theta, \varphi) = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2} \sin \theta e^{-i\varphi}, \quad (16.57)$$

$$Y_{10}(\theta, \varphi) = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \cos \theta \quad (16.58)$$

a

$$Y_{11}(\theta, \varphi) = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2} \sin \theta e^{i\varphi}. \quad (16.59)$$

Tyto funkce jsou normovány vzhledem k integraci přes celý prostorový úhel  $4\pi$  ve sférických souřadnicích.

Celkové vlnové funkce vázaných stavů vodíku podobného atomu mají tvar

$$\boxed{\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)} \quad (16.60)$$

a tvoří pro  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $l = 0, \dots, n - 1$  a  $m = -l, \dots, l$  úplný ortonormální systém funkcí, do něhož lze rozvinout obecné řešení nečasové Schrödingerovy rovnice pro vázané stavy.

Pravděpodobnost nalézt elektron v objemovém elementu  $(r, r + dr)$ ,  $(\theta, \theta + d\theta)$  a  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$  je rovna

$$dp(r, \theta, \varphi) = |\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)|^2 r^2 dr d\Omega, \quad (16.61)$$



kde  $d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$ . Integrací tohoto vztahu přes celý prostorový úhel dostaneme pravděpodobnost nalézt elektron v oblasti mezi  $(r, r + dr)$

$$dp(r) = |R_{nl}(r)|^2 r^2 \, dr. \quad (16.62)$$

Podobně, pravděpodobnost nalézt elektron v určitém prostorovém úhlu  $(\theta, \theta + d\theta)$  a  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$  je rovna

$$dp(\theta, \varphi) = |Y_{lm}(\theta, \varphi)|^2 \, d\Omega. \quad (16.63)$$

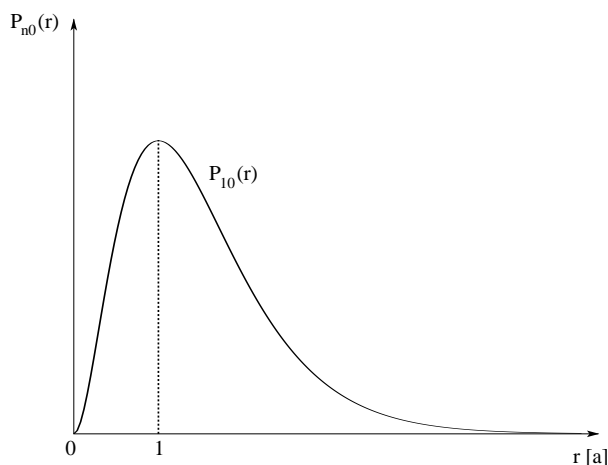
Při inverzi souřadnic  $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  mají vlnové funkce  $\psi_{nlm}$  v souladu s prostorovou symetrií problému sudou či lichou paritu

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) \rightarrow (-1)^l \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi). \quad (16.64)$$

Radiální hustoty pravděpodobnosti

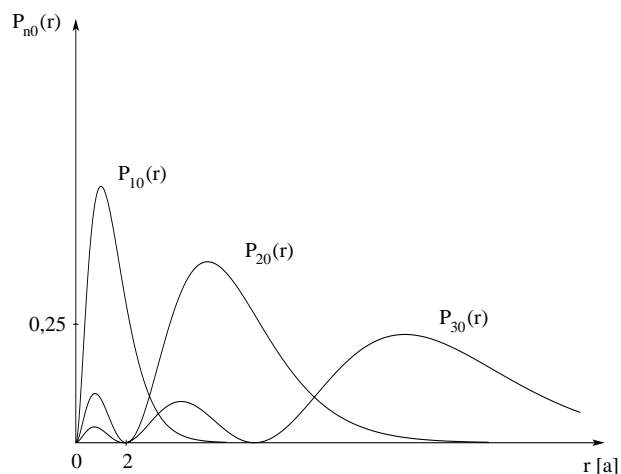
$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2 \quad (16.65)$$

jsou ukázány na obr. 16.4-16.6. Vidíme, že hustota pravděpodobnosti pro základní

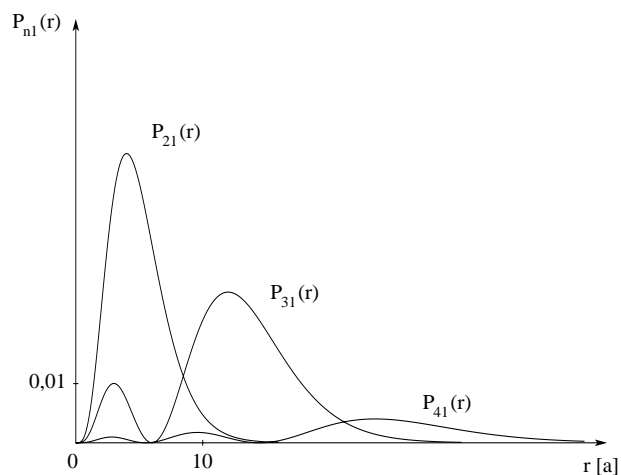


Obrázek 16.4: Radiální hustota pravděpodobnosti  $P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$  pro základní stav atomu vodíku ( $n = 1, l = 0$ ).

stav  $P_{10}(r)$  má pro atom vodíku maximum v bodě  $r = a$  (Bohrův poloměr). Maximum je v bodě odpovídajícím poloměru kruhové dráhy pro základní stav v Bohrově modelu atomu vodíku. Pro vyšší excitované stavy atomu vodíku mají hustoty pravděpodobnosti na intervalu  $r \in (0, \infty)$  celkem  $n - l - 1$  nulových bodů. Mezi těmito body hustota pravděpodobnosti osciluje a s rostoucí vzdáleností od jádra se maxima hustoty pravděpodobnosti rozšiřují. S rostoucí energií elektronu se bod, v němž je největší pravděpodobnost nalézt elektron, vzdaluje od jádra. Pro velmi



Obrázek 16.5: Radiální hustoty pravděpodobnosti  $P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$  pro atom vodíku pro  $l = 0$  a  $n = 1, 2, 3$ .



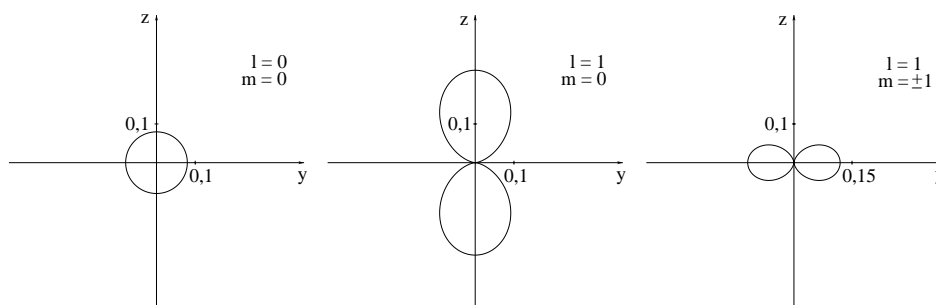
Obrázek 16.6: Radiální hustoty pravděpodobnosti  $P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$  pro atom vodíku pro  $l = 1$  a  $n = 2, 3, 4$ .

vysoká  $n$  (tzv. *Rydbergovy stavy*) je elektron od jádra již velmi vzdálen a stačí proto i jen poměrně malá energie k ionizaci atomu a k jeho přechodu do spojitého spektra s  $E \geq 0$ . S rostoucím nábojem jádra  $Z$  se maxima hustot pravděpodobnosti přesunují směrem k jádru a energie  $E_n$  klesají (zvětšují se v absolutní hodnotě).

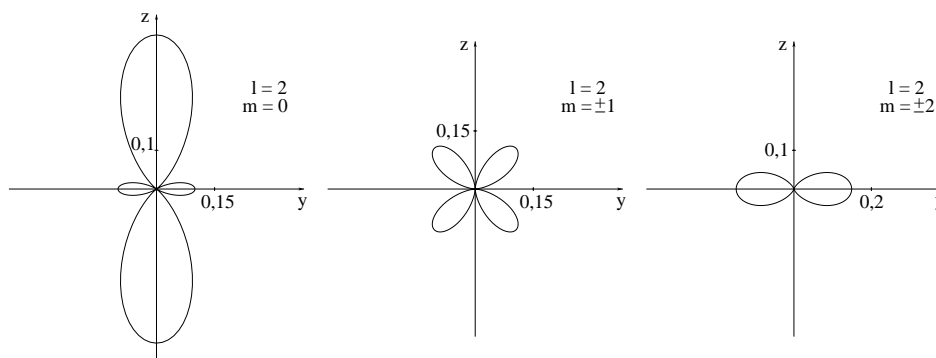
Stacionární stavy vodíku podobného atomu s kvantovým číslem  $l = 0$  se nazýv-

vají *s-stavy*. Podobně, stavy s  $l = 1$  se nazývají *p-stavy* a stavy s  $l = 2$  *d-stavy*. Označení dalších stavů je podle abecedy (*f, g, h* atd.)<sup>2</sup>.

V obr. 16.7-16.9 jsou ukázány kvadráty velikosti kulových funkcí  $|Y_{lm}|^2$  pro *s*-, *p*- a *d*-stavy. Jde o tzv. *polární diagramy*, v nichž se na paprsek míří ve směru daném



Obrázek 16.7: Kvadráty kulových funkcí  $|Y_{lm}|^2$  pro  $l = 0$  (tzv. *s*-stavy) a  $l = 1$  (*p*-stavy).



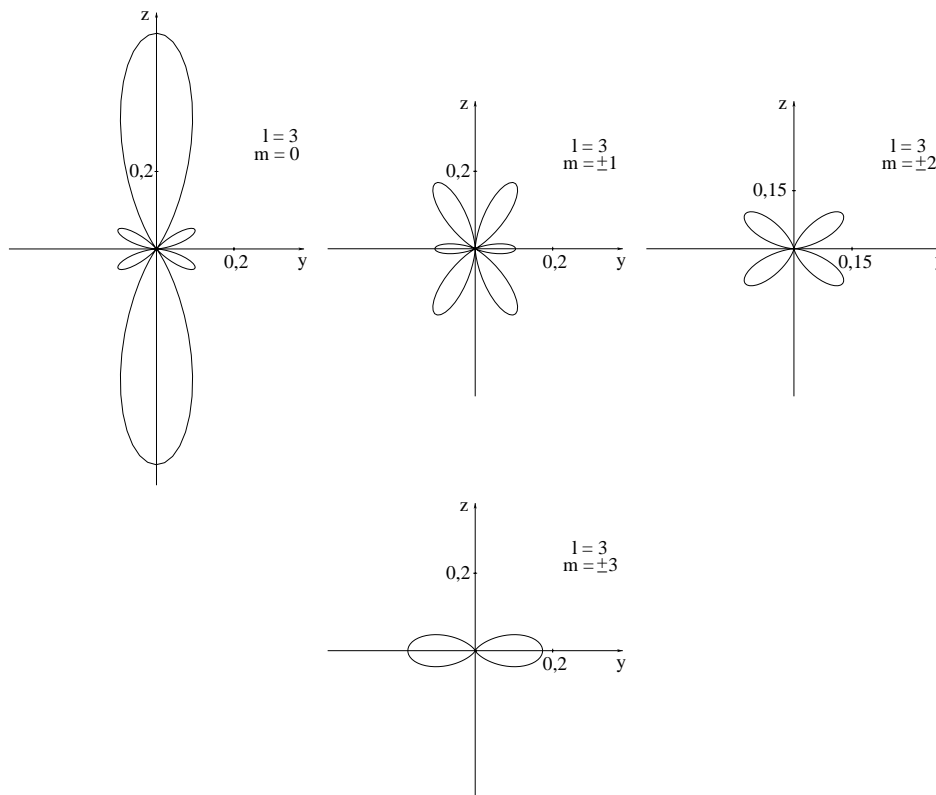
Obrázek 16.8: Kvadráty kulových funkcí  $|Y_{lm}|^2$  pro  $l = 2$  (*d*-stavy).

úhly  $\theta$  a  $\varphi$  vynášejí  $|Y_{lm}|^2$ . Z těchto obrázků je zřejmé kvantování  $z$ -ové komponenty momentu hybnosti a určitá podobnost s klasickou představou o pohybu elektronu po kruhové trajektorii.

O existenci diskrétních hladin  $E_n$  svědčí spektroskopická měření<sup>3</sup>. Při přechodu elektronu mezi hladinami  $m$  a  $n$  se vyzařuje nebo absorbuje elektromagnetické

<sup>2</sup>Toto označení je přeneseno ze spektroskopie, kde byla zavedena označení  $\Sigma, \Pi, \Delta$  atd.

<sup>3</sup>V souvislosti s konečnou dobou života excitovaných stavů mají experimentálně zjištěné spektrální čáry malou avšak nenulovou šířku.



Obrázek 16.9: Kvadráty kulových funkcí  $|Y_{lm}|^2$  pro  $l = 3$  ( $f$ -stavy).

záření o frekvenci dané zákonem zachování energie

$$\nu = \frac{|E_m - E_n|}{h}. \quad (16.66)$$

Tento výsledek souhlasí s empirickým Ritzovým kombinačním principem. Podle toho, která je výchozí hladina  $n$ , dostáváme různé série čar:

- $n = 1$  Lymanova série (v ultrafialové oblasti)
- $n = 2$  Balmerova série (ve viditelné oblasti)
- $n = 3$  Ritzova-Paschenova série (v infračervené oblasti)
- $n = 4$  Brackettova série (v infračervené oblasti)
- $n = 5$  Pfundova série (v infračervené oblasti)