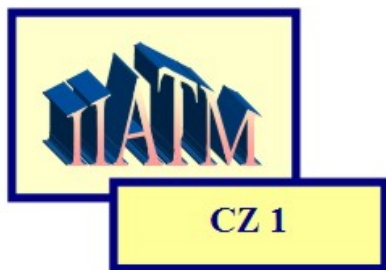


- Tichá, M., Hošpesová, A. (2004). Učíme se z praxe. In Uhlířová, M. (ed.), *Cesty (k) poznávání v matematice primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, Pedagogická fakulta, 23–33.
- Tichá, M., Hošpesová, A., Macháčková, J. (2004). Kompetence učitele a akční výzkum ve vyučování matematice. In Ausbergnerová, M., Novotná, J. (Ed.), *9. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. Srní: JČMF A KM FAV ZČU, Vydavatelský servis Plzeň, 315–322.

Krychlová tělesa a hlavolamy¹

Jitka Michnová²



Prostorová představivost je jednou z velmi důležitých kompetencí žáků, kterou je třeba důsledně rozvíjet již od nejmladšího školního věku. K velké škodě žáků se mnoho učitelek na prvním stupni ZŠ aktivitám rozvíjejícím prostorovou představivost vyhýbá, a to především z důvodu, že ji samy nemají dostatečně rozvinutou, a tudíž se obávají, že by se snadno mohly dostat do situace, ve které by si nevěděly rady. Kromě toho pravděpodobně ani nedokáží tuto kompe-

tenci docenit. Další potíž může spočívat v tom, že je velmi těžké měřit úroveň prostorové představivosti a nějak ji ohodnotit známkou.

V pracovní dílně bylo představeno zpracování tématu, které jsem s velkým úspěchem použila ve své vlastní páté třídě. Samozřejmě, že jsem si sama musela vyřešit mnoho úloh, abych se při hodinách s dětmi cítila jistá. Cílem pracovní dílny bylo rozvíjení prostorové představivosti účastníků v prostředí krychlových těles formou herních činností, a sice konstrukce a složení hlavolamu.

Nejdříve vysvětlíme, co rozumíme krychlovým tělesem. *Krychlové těleso* je složeno z konečného počtu shodných krychlí tak, že každá krychle je s alespoň jednou další krychlí „slepena“ celou stěnou. Dále budeme místo slov krychlové těleso používat zkratku KT. Pokud je toto vysvětlení nejasné, z dalšího bude patrné, co KT je.

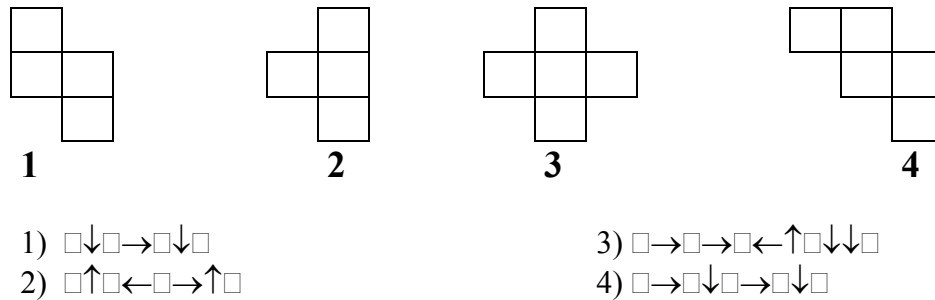
Dále uvedeme úlohy, které byly předloženy mým žákům a byly nabídnuty v pracovní dílně. Pak popíšeme průběh dílny.

Úloha KT 1

Emil a Jana řešili záhadnou šifru, podle níž se dala stavět KT. Vypadala takto (obr. 1):

¹ Příspěvek byl zpracován v rámci projektu IIATM, Socrates – Comenius 2.1., číslo 112218-CP-1-2003-1-CZ-COMENIUS-C21.

² ZŠ Školní, Neratovice, michnovajitka@seznam.cz



Obr. 1

Dokážeš odhalit „šifrovací kód“? Vysvětli, co znamenají znaky \square , \uparrow , \rightarrow , \downarrow , \leftarrow . Popiš, jaká tělesa můžeš podle šifry postavit.

Řešení úlohy KT 1: „Šifry“ představují konstrukci KT. Jednotlivé znaky znamenají:

- \square polož krychli
- \leftarrow jdi doleva (alternativně lze používat jdi na západ)
- \rightarrow jdi doprava (na východ)
- \uparrow jdi dozadu (na sever)
- \downarrow jdi dopředu (na jih)

Pomocí daných znaků lze postavit KT pouze v jedné vrstvě. Abychom mohli stavět KT tzv. prostorová, musíme seznam znaků doplnit ještě alespoň o jeden z dalších dvou znaků:


- \equiv jdi nahoru (po žebříku)
- $\#$ jdi dolů (do kanálu)

Úloha KT 2

- 2.1. Ve skupině slepte všechna KT podle znakových zápisů daných na lístku.
- 2.2. Všechna KT složená podle „návodu“ tvoří části hlavolamu. Vyřešte jej ve skupině.
- 2.3. Vypracuj úlohy o hlavolamu v pracovním listě:

- a) Z kolika KT je hlavolam složen?
- b) Dokážeš zapsat znakovým zápisem nejmenší a největší KT?
- c) Z kolika krychlí se skládá hlavolam? Jak jsi to zjistil? Proč jich je právě tolik?



- d) Jakou část hlavolamu tvoří toto  KT? Jak jsi na to přišel?
- e) Z kolika krychlí by muselo být KT, které by tvořilo právě jednu třetinu hlavolamu? Proč?
- f) Zkoumej nejmenší KT: Kolik má vrcholů, hran, stěn? Jak bys ho pojmenoval? Jaká další tvrzení o něm můžeš říct?
- g) Které KT se ti líbí nejvíc a co ti připomíná (zvíře, věc bytost...)? Pojmenuj jej a namaluj.

h) Jak se ti líbila hodina?

Přehled lístků KT pro jednotlivé skupiny:

Hlavolam A	Hlavolam B	Hlavolam C	Hlavolam D	Hlavolam E
$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \downarrow \square \uparrow \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \downarrow \square \equiv \square$	$\square \equiv \square \rightarrow \square \uparrow \square \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \equiv \square \# \downarrow \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \uparrow \square \equiv \square$
$\square \rightarrow \square$ $\square \rightarrow \square \uparrow \square$	$\square \rightarrow \square$ $\square \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \equiv \square$ $\square \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \rightarrow \square$ $\square \equiv \square \rightarrow \square$	$\square \equiv \square$ $\square \rightarrow \square \equiv \square$
$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \uparrow \square$	$\square \rightarrow \square \equiv \square \rightarrow \square$	$\square \rightarrow \square \equiv \square \rightarrow \square$	$\square \rightarrow \square \equiv \square \# \uparrow \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \equiv \square$
$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \uparrow \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \equiv \square \rightarrow \square$
$\square \leftarrow \square \equiv \square \uparrow \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \equiv \square$	$\square \downarrow \square \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \leftarrow \square \uparrow \square \equiv \square$
$\square \rightarrow \square \uparrow \square \downarrow \rightarrow \square \equiv \square$	$\square \rightarrow \square \uparrow \square \equiv \square \rightarrow \square$	$\square \equiv \square \uparrow \square \rightarrow \square \uparrow \square$	$\square \rightarrow \square \downarrow \square \equiv \square \# \rightarrow \square$	$\square \rightarrow \square \equiv \square \uparrow \square \rightarrow \square$

Obr. 2

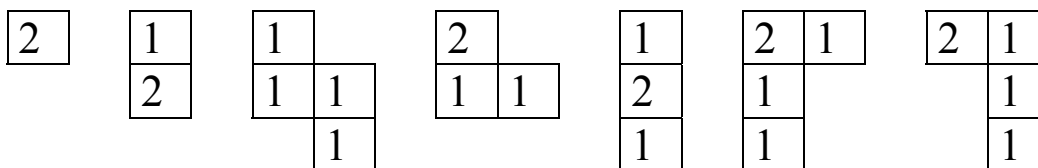
Úloha KT 3

Opět hlavolamy: Čtyři hlavolamy uvedené pod čísly 1, 2, 3, 4 jsou zaznamenány čtyřmi různými způsoby. Dokážeš rozlišit, kterému hlavolamu z obr. 2 odpovídá záznam hlavolamu u této úlohy, a doplnit tabulku?

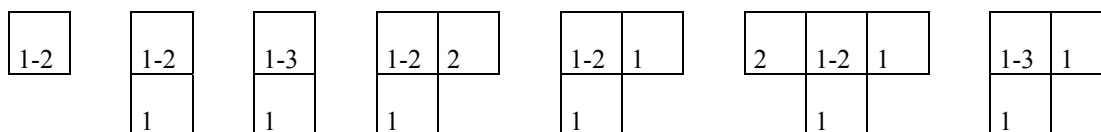
Hlavolam 1
(zaznamenaný
znakovým
systémem):

$\square \rightarrow \square \rightarrow \square \downarrow \square \uparrow \equiv \square$
 $\square \rightarrow \square \uparrow \square \downarrow \rightarrow \square \equiv \square$
 $\square \rightarrow \square \rightarrow \square \uparrow \square$
 $\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \uparrow \square$
 $\square \leftarrow \square \equiv \square \uparrow \square$
 $\square \rightarrow \square \uparrow \square$
 $\square \rightarrow \square$

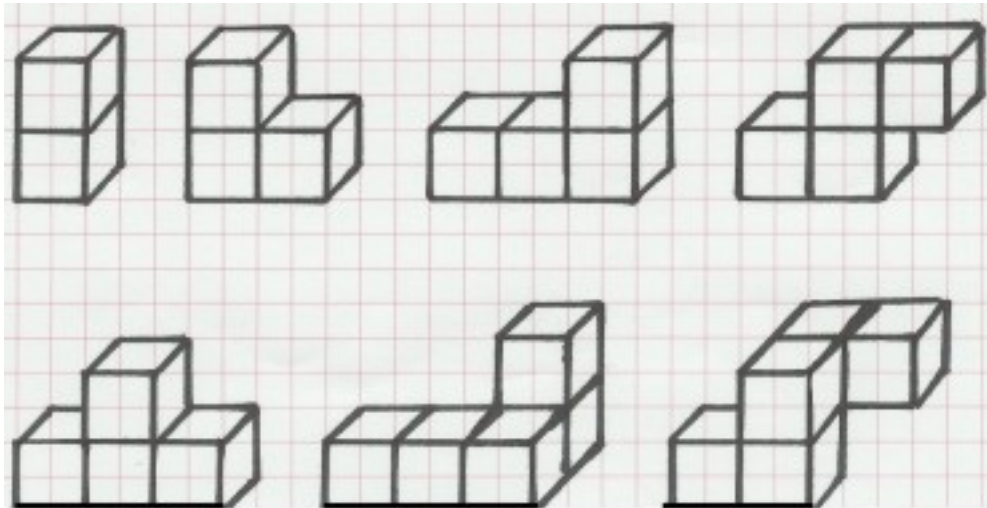
Hlavolam 2 (zaznamenaný plánem prostým):



Hlavolam 3 (zaznamenaný plánem úplným):



Hlavolam 4 (zaznamenaný portrétem):



Hlavolam 1	Hlavolam 2	Hlavolam 3	Hlavolam 4
Hlavolam A	Hlavolam ...		

Úloha KT 4

Které KT zapsané znakovým zápisem do skupiny nepatří? Proč?

- I. a) $\square \leftarrow \square \leftarrow \square$
 b) $\square \rightarrow \square \equiv \square$
 c) $\square \equiv \square \leftarrow \square$
 d) $\square \rightarrow \square \# \square$

- II. a) $\square \rightarrow \square \uparrow \square \downarrow \rightarrow \square$
 b) $\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \equiv \square$
 c) $\square \rightarrow \square \rightarrow \square \equiv \square$
 d) $\square \equiv \square \equiv \square \# \rightarrow \square$

- III. a) $\square \rightarrow \square \# \square \rightarrow \square$
 b) $\square \rightarrow \square \equiv \square \# \rightarrow \square$
 c) $\square \equiv \square \rightarrow \square \equiv \square$
 d) $\square \leftarrow \square \rightarrow \# \square \rightarrow \square$
 e) $\square \leftarrow \square \equiv \square \leftarrow \square$

- IV. a) $\square \rightarrow \square \uparrow \square \downarrow \downarrow \square \uparrow \rightarrow \square$
 b) $\square \rightarrow \square \equiv \square \# \rightarrow \square \rightarrow \square$
 c) $\square \rightarrow \square \rightarrow \square \leftarrow \equiv \square \# \# \square$
 d) $\square \# \square \equiv \leftarrow \square \rightarrow \equiv \square \# \rightarrow \square$
 e) $\square \equiv \square \equiv \square \# \rightarrow \square \leftarrow \leftarrow \square$

Průběh dílny

Účastníkům dílny byla předložena úloha KT 2. Pracovali ve skupinách, které se v průběhu dílny měnily. Ze začátku seděli účastníci dílny u stolků libovolně. Na tabuli byl záznam klíče ke znakovému zápisu – tzv. šifra. Každý obdržel lístek se znakovým zápisem, podle kterého lepil KT. Jeho hotové KT se zároveň stalo částí hlavolamu, tato informace však zatím zůstala utajena. Otázky, které si účastníci kladli, diskutovali

zpravidla ihned uvnitř skupiny a řešili je správně. Týkaly se většinou symbolů a jejich významu.

V další části vyhledávali účastníci dílny podle barvy lístku další spoluhráče (se stejně barevným zadáním) a společně se pokusili ze svých hotových KT složit hlavolam, tedy krychli o rozměrech $3 \times 3 \times 3$. Byla to část malého překvapení (hlavolam?) a bouřlivých diskusí při skládání krychle. Účastníci dílny si s hlavolamem poměrně hravě poradili. Potíže měla pouze jedna skupina, ve které jsme vzápětí odhalili chybu v KT, opravili ji a mohlo se pokračovat.

Pokud skupina složila vlastní hlavolam, vypracoval každý ve skupině samostatně „úlohy o hlavolamu“ na pracovním listě. V této části panovalo v dílně pracovní ticho. Úlohy nutí řešitele opětovně rozkládat a skládat hlavolam. Narozdíl od dětí byli účastníci dílny schopni většinu úloh řešit z paměti bez pomoci manipulace s hlavolamem. Můžou se tedy pochlubit vynikající prostorovou představivostí. Přesto se manipulace s hlavolamem během řešení úloh objevila i u nich.

Protože zbyla chvilka času, mohla jsem účastníkům nabídnout návod na složení papírové krychle. Návod většina z nich prověřovala zhotovením jedné krychle, navíc mě potěšil zájem, se kterým se do skládání účastníci dílny pustili.

Zkušenosti z experimentálního vyučování

Většinu účastníků dílny zajímalo, zda podobné úlohy dostávají i žáci. Odpověď zní ano, stejné úlohy již dříve řešili žáci pátého ročníku ZŠ Školní v Neratovicích v rámci projektu IIATM, ve kterém spolupracujeme s PedF UK. Žáci většinou odevzdávali správná řešení. Většina žáků však nedokáže úlohy řešit v představách, jako toho byli schopni mnozí účastníci dílny, ale na základě opakované manipulace s hlavolamy a KT.

K úspěšnému zvládnutí úloh žáky je třeba předem důkladně promyslet gradaci úloh a pomůcky a pokusit se předpokládat situace, které mohou v průběhu realizace nastat. Jednoduše znát své žáky. V případě prostorové představivosti je pravděpodobné, že stupeň rozvoje u jednotlivých žáků v jedné třídě bude různý a že tyto rozdíly mohou být mezi dětmi výrazné. Přesto lze hodinu „nastartovat“ tak, aby uspěla většina žáků.

V průběhu experimentů ve 4. a 5. třídě jsme se při řešení podobných úloh pokusili popsat různé stupně rozvoje prostorové představivosti u dětí:

Vynikající prostorová představivost	Dokáže podobné úlohy řešit mentálně, „z hlavy“.
Stále výborná prostorová představivost	K řešení úlohy si načrtne nějaký plán či jiný záznam.
Průměrná prostorová představivost	K řešení úlohy bude potřebovat fotografie nebo obrázky.
Nízká prostorová představivost	Úlohu si potřebuje modelovat na krychlích.

Rozvoj prostorové představivosti nelze příliš urychlovat, a proto je nutné mít k dispozici materiál, v našem případě krychle, jehož prostřednictvím může uspět každý žák. Prostřednictvím podobných činností si žáci nejen rozvíjí prostorovou představivost, ale zároveň si uvědomují některé geometrické vlastnosti jako kolmost (kolmé stěny, hrany krychle), rovnoběžnost (rovnoběžné stěny, hrany krychle); budují či upevňují si představu o pojmech vrchol KT (bod), hrana krychle, KT (úsečka), stěna krychle, KT apod.; rozvíjí své kombinatorické schopnosti; při práci ve skupinách pak komunikační a kooperační schopnosti a dovednosti.

Navíc, pokud se svými žáky zrealizujete konkrétně úlohu KT 2, pak vám vedle bezpochyby dobré zkušenosti s hlavolamy zůstane ve třídě poměrně pestrá stavebnice KT. To je příjemný materiál k tvorbě dalších úloh. Když nic jiného, zabaví se vaši žáci skládáním různých KT všelijak do sebe ve volných chvílích a o přestávkách, a to i bez vašeho přičinění. Moc užitečná věc!

Závěrem úloha pro geniální

Dokážete nějakým způsobem graficky zaznamenat řešení hlavolamu? Dokážete to dokonce zapsat do počítače? Pak jste z mého pohledu geniální. Prosím o vaše řešení. Zasílejte ho na adresu michnovajitka@seznam.cz. Na stejnou adresu si můžete napsat o návod ke skládání papírové krychle či mi poslat připomínky a náměty.

Literatura

Hejný, M., Jirotková, D. (2005.) Unit 3D geometry. *Pracovní materiál projektu IIATM*. Nepublikováno.

Stěnové modely platónských těles¹

Jiří Příbyl²

V roce 2004 jsem na semináři Dva dny s didaktikou matematiky v rámci pracovní dílny prezentoval hranové modely platónských těles. Letošní dílna přinesla oproti té loňské určité změny. V první řadě je to výběr modelů. Loni výsledná tělesa tvořila ucelený soubor, který pocházel od M. Kawamury (Kawamura, 2001). Po zkušenostech, které jsem v uplynulém roce získal s těmito modely, jsem se rozhodl postupovat jinak. Jediným kritériem byla jednoduchost modelu. Snažil jsem se nalézt takové způsoby, aby byly co nejpřijatelnější pro žáky druhého stupně ZŠ a studenty středních škol. Upustil jsem též od

¹Příspěvek byl podpořen grantem GAČR 406/05/2444

²KMAT, PF UJEP, Ústí nad Labem; pribyljap@seznam.cz