

# Vyučování matematice orientované na budování schémat (VOBS):

## 2D geometrie

Darina Jirotková

Příběh - úsečka

*G* je daleko různorodější než *A*

- v - objektech
- činnostech
- vazbách i
- struktuře

*G* nabízí učiteli bohatou paletu úloh, které rozvíjejí žákovu schopnost experimentování, tvorby a prověřování hypotéz, spekulování, hledání a zdůvodňování

a je i těžce vměstnatelná do instruktivního způsobu vyučování.

A: Základní početní operace sčítání, odčítání, násobení i dělení mají algoritmický charakter. Když se je žák nacvičí, dovede je realizovat ve všech případech.

G: Značné množství různorodých úloh se žák nemůže nacvičit, jak je všechny řešit. Musí porozumět, „např. při konstrukci trojúhelníka, vztahům mezi stranami, úhly, těžnicemi, výškami, ... a musí umět tyto vztahy vzájemně řetězit do procesu konstrukce.

Nestačí rutina. Proto je např. oblast geometrických konstrukcí mnoha učiteli považována za příliš náročnou.

V edukační koncepci VOBS je svět 2D geometrie je otevírán žákovi zejména přes 4 manipulativní prostředí:

- dřívka
- origami
- parketáže
- geoboard
- + čtvercová mříž

- Zkoumání pojmů a vztahů G 1. st. ZŠ
- Otázky míry

Rakouský filozof a logik Ludwig Wittgenstein (1889-1951) v díle Filosofická zkoumání (Philosophische Untersuchungen), které výrazně ovlivnilo logiku i kognitivní psychologii, píše:

*Pojmy nás vedou ke zkoumání. Jsou výrazem zájmu a vedou náš zájem.*

Pojem je základní stavební jednotkou racionálního myšlení. Umožňuje nám myslit i navzájem si myšlenky sdělovat, komunikovat.

# Jak pojmy zkoumáme?

Způsob zkoumání? Jak to zařídit, aby se žák dobral k poznání?

tři různé věci:

- *pojem sám* tj. objekt, o který jde - například stůl, nebo čtverec
- *jméno, nebo znak objektu* (v jistém jazyce) - např. „stůl“, „table“, „der Tisch“, „čtverec“, „čtverec ABCD“, „square ABCD“, „□ ABCD“
- *představu o pojmu*, tj. to, co ve vědomí konkrétního člověka v konkrétním čase dané jméno nebo znak vyvolá;

# Čtverec

je první pojem, na který zaměříme pozornost.

Půjde nám o více než o jeden geometrický objekt - o metodu práce, způsob jak je možné zamýšlet se nad objekty geometrie.



# Čtverec

- a) Co to je čtverec?
- b) Co se vám vybaví, když řeknu „čtverec“?
- c) Co se 7letému dítěti vybaví, když slyší slovo „čtverec“?
- d) Jak se tato představa rozkošatí, když začnete o čtverci rozjímat?
- e) Co všechno lze na čtverci vidět?
- f) V jakých souvislostech o čtverci uvažujeme?
- g) Pomocí jakých úloh lze žáky vést k hlubšímu porozumění pojmu „čtverec“

Geometrický objekt, jehož představa se již ve vědomí dítěte vytvořila, nazveme **geometrická osobnost** (termín P. Vopěnky).

Hlavní ideou, která je přítomna v každé geometrické osobnosti je *tvar*.

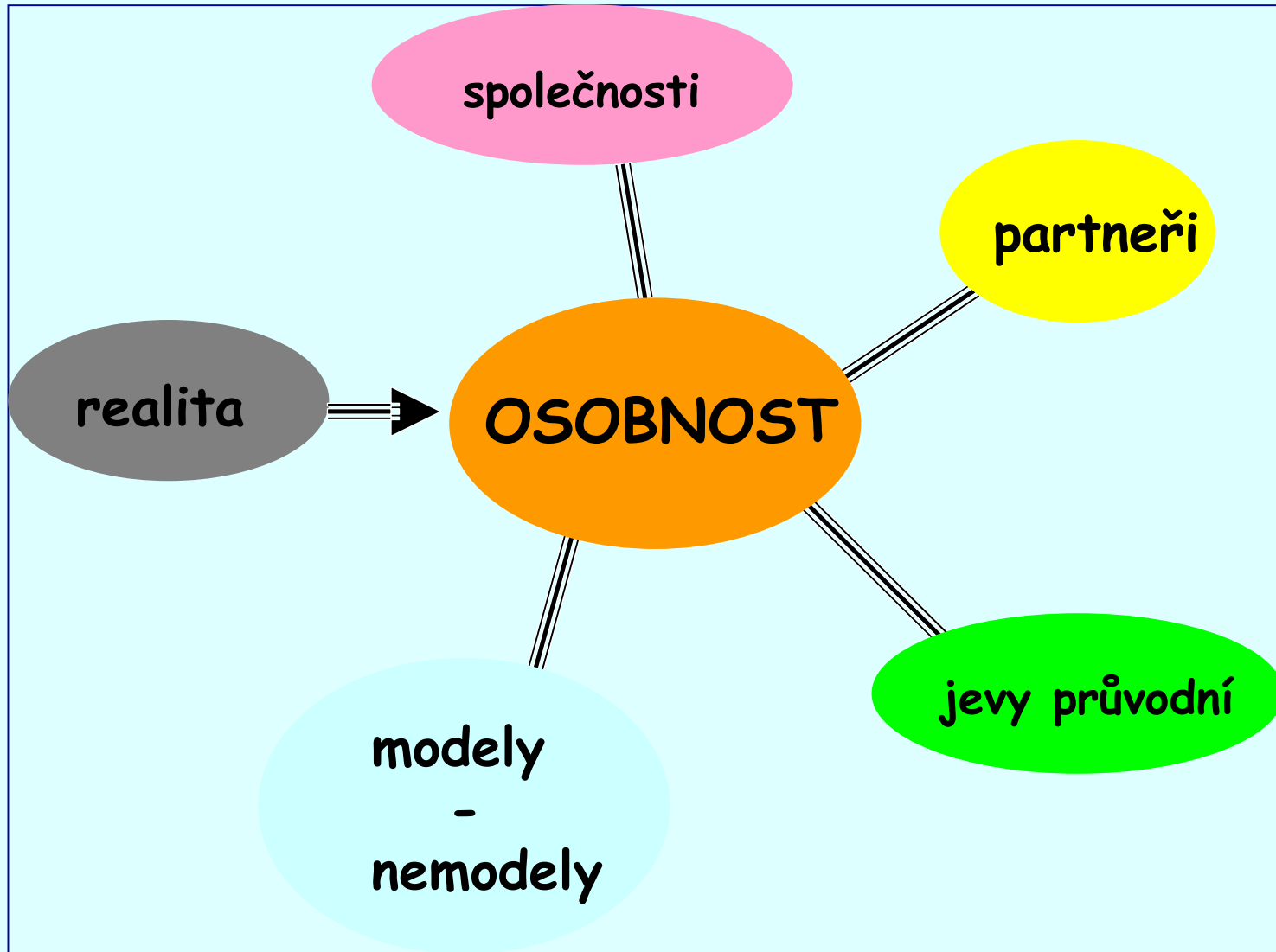
Druhou takovou ideou je *velikost* .

Geometrické osobnosti jsou tedy první osadníci tvořícího se světa geometrie žáka.

Později - i náročnější pojmy jako lichoběžník, (nebo pojmy ze 3D - dodekaedr).

Nyní **čtverec** - tak, aby zjištění získaná pro čtverec bylo možno rozšířit i na další geometrické osobnosti.

# Žákovy geometrické představy opíráme o vazby



## Fenomény, které vstupují do pojmového komplexu „čtverec“

- První zkušenosti dítěte se čtvercem - předměty, obrázky a snad i pohyby, které na čtverec poukazují. Jsou to *izolované modely* příštího poznání.

Jaká je míra aktivity dítěte při poznávání těchto modelů?

- **Vrcholy, strany, úhlopříčky** jsou body a úsečky, které jsou ve službách čtverce - *průvodní jevy* čtverce.

Které další jevy provází čtverec? Které z těchto jevů jsou pozorovateli dostupné více, které méně? Jak je žákům ukážeme?

- *viditelné* tj. ty, které u dané geometrické osobnosti lehce evidujeme - u čtverce jsou to vrcholy, strany, (vnitřní) úhly a hranice útvaru
- *naznačené* tj. ty, které lze u dané geometrické osobnosti evidovat, nikoli však lehce - u čtverce jsou to přímky stran, poloroviny určené těmito přímkami, vnější úhly apod.
- *ukryté* tj. ty, které nutno z představy osobnosti nejprve vynořit

- Jakým způsobem se ukrytý jev průvodní dostane do vědomí žáka?
  - převzetím, nebo tvůrčí činností

Například pojem úhlopříčka

- uč. může do čtverce  $ABCD$  nakreslit úsečku  $AC$  a žákům říct, že této úsečce říkáme úhlopříčka.
- může však použít i jiný edukační přístup. Dá žákům úlohu.

Když ji žáci vyřeší a sami úhlopříčku sestrojí, řekne jim učitel jméno toho objeveného jevu průvodního.

- **Vztahy** mezi jevy průvodními - základ geometrického poznání.

Jaké to jsou vztahy? Jak je můžeme žákům prezentovat?

Který ze způsobů je vhodnější?

- **Velikostí, mírou** rozumíme to, co lze měřit. Velikost je vedle tvaru druhá hluboká geometrická idea přítomna ve čtverci.

Které tři druhy velikostí jsou ve čtverci přítomny?

Která geometrická velikost zde není přítomna?

Jak je to s jednotkami těchto čtyř velikostí?

- **Čtverec a kruh** leží v jedné v rovině. Jak může vypadat jejich vztah. Kdy je tento vztah „pěkný“? Může v něm být jedna z těchto osobností nadřazena druhé? Jak?

- **Čtverec je prvek různých společenství geometrických útvarů.** Jakých?

Uved'te několik příkladů. Co z toho čtverec získává a čím on do společenství přispívá?

- **Vymezování pojmu čtverec.** Od intuitivního poznání čtverce k vytvoření jeho definice vede dlouhá cesta. Jaké jsou etapy tohoto poznávacího procesu?

- **Chirurgie geometrického útvaru.** Řezání a lepení útvarů - důležitým zdrojem jejich poznávání. K řešení kterých problémů je možné tuto zkušenost používat?

Zde je nakreslený čtverec. Rozděl jej úsečkou na trojúhelník a čtyřúhelník.

- **Životní prostředí pojmu.** Najděte různá geometrická prostředí, v nichž je idea čtverce výrazněji přítomna.

Jak lze takové prostředí využít pro výuku?

- Učebnice nebo kniha, ve které je čtverec nakreslen.
- Hračka, kostka ve tvaru krychle
- Plastiková souprava tvarů, mezi nimiž jsou i čtverce.
- Čtverec vymodelovaný žákem ze sirek.
- Čistý papír, na který žák obrázek čtverce nakreslí.
- Chůze po obvodu čtverce podle instrukce „tři kroky vpřed, vlevo bok, tři kroky před, ...“
- Čtverečkovaný papír nabízí veliký počet čtverců. Některé jsou již nakresleny a stačí je „obtáhnout“, jiné nutno vykreslit.



- **Komplementární jevy**, ty, které se u pojmu čtverec neobjevují, ale objeví se například u pojmu trojúhelník.

# Domácí úloha

**2DÚ.** Napište různá vymezení a) 5úhelníka, b) 4úhelníka, c) 3úhelníka, d) 7úhelníka.

Porovnejte svoje vymezení pojmu „trojúhelník“ s vymezením, které najdete v některé učebnici pro 1. nebo pro 2. stupeň ZŠ.

Napište vymezení  $n$ -úhelníka, kde  $n$  je libovolné přirozené číslo větší než 2.

Co je na hledání vymezení nejnáročnější?

# MATEMATICKÁ PROSTŘEDÍ

**PARKETY**

**DŘÍVKA**

Hra

**KROKOVÁNÍ**

→ →    → = →    ←

**SÍŤ KRYCHLE**

**PAVUČINY**

**NÁSOBILKOVÉ  
OBDÉLNÍKY**

4 — 8 — 2  
12 — 10 — 5  
3 — 15

**DĚDA LEOŇ**

**BILAND**

**VÝSTAVIŠTĚ**

**SČÍTACÍ  
TROJÚHELNÍKY**

5    2  
11

**KRYCHLOVÉ STVABY**

1 Dopln tabulku.

**CYKLOTRASY**

**HADI**

3 + 3 = 3

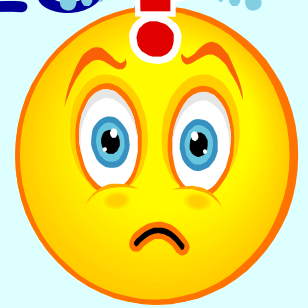
	A	B	C	L	-
V	0			▲	■ ■ ■ ▲ ▲
N	■ ■	▲ ▲	■ ▲		0
J	■ ■				

**AUTOBUS**

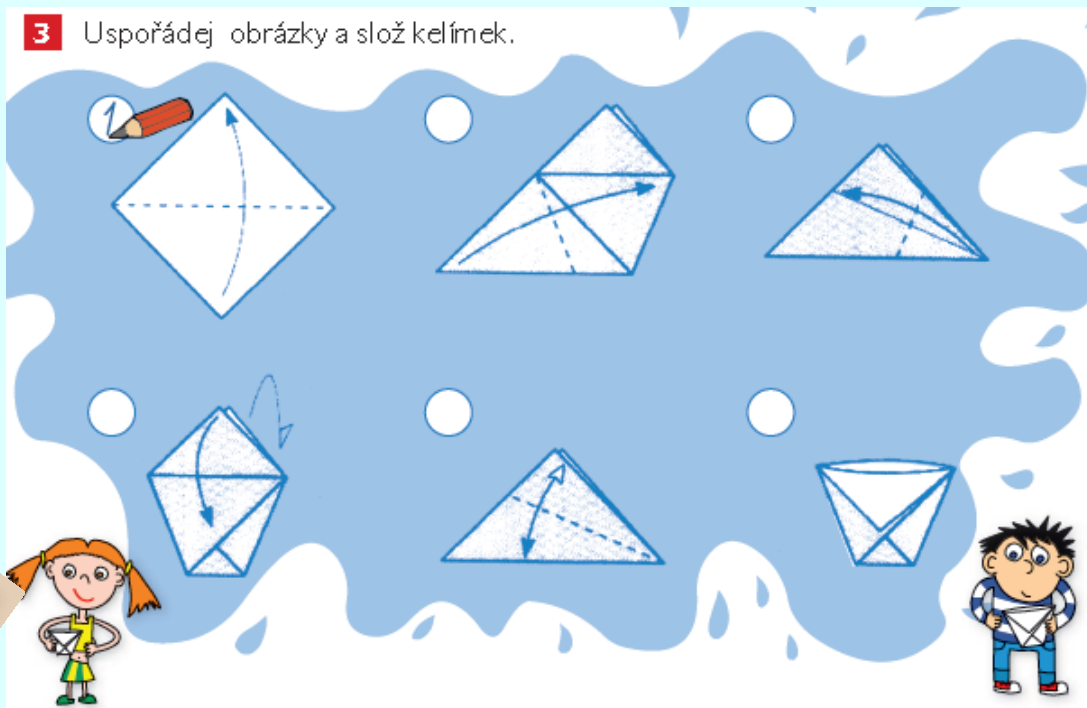
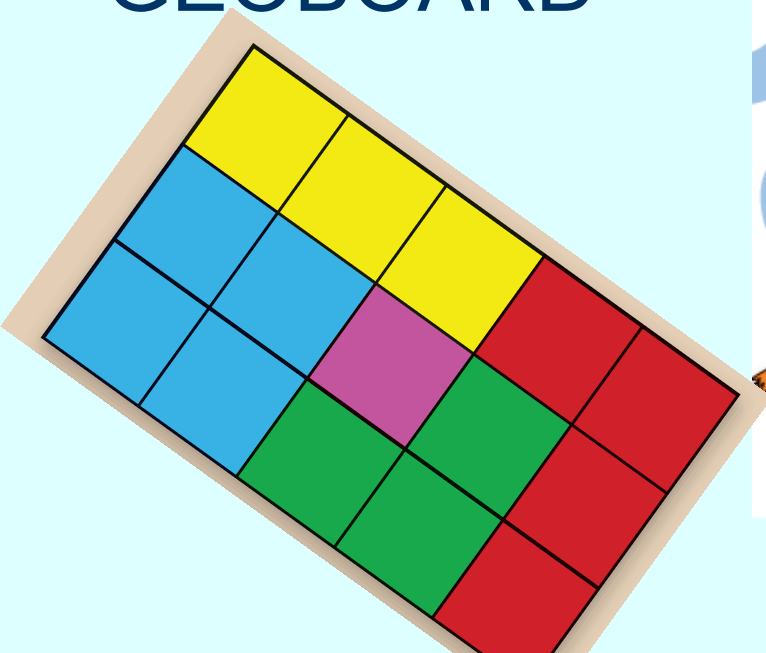
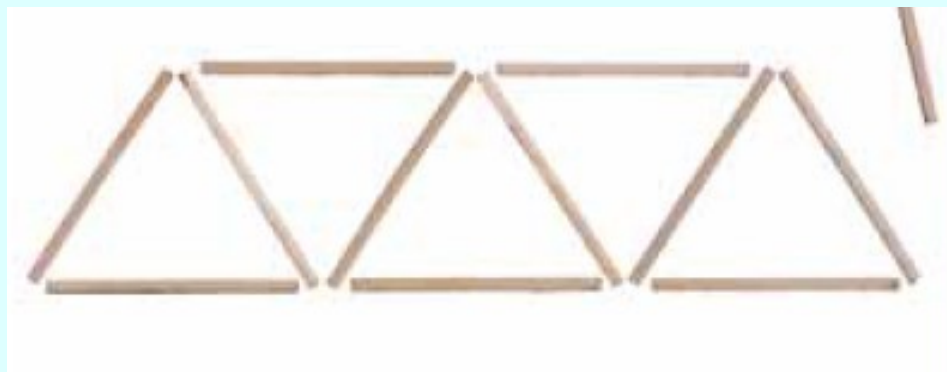
**ORIGAMI**

# Geometrie (na 1.stupni ZŠ

- neoblíbená část matematiky
- je vnímána
  - jako rýsování - přesnost - úroveň žáka
  - soubor formulí na výpočet obvodů, obsahů,  
...
- je nazírána odděleně od dalších matematických disciplín (učebnice)
- spousta podstruktur - variabilita, bohatost
  - náročnost

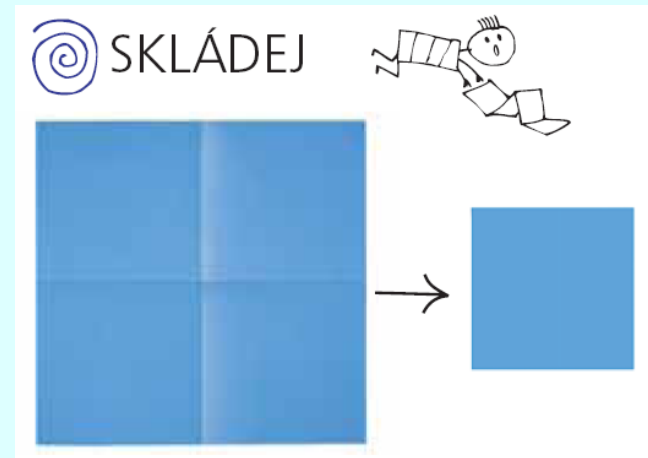


- ORIGAMI
- DŘÍVKA
- PARKETY
- GEOBOARD

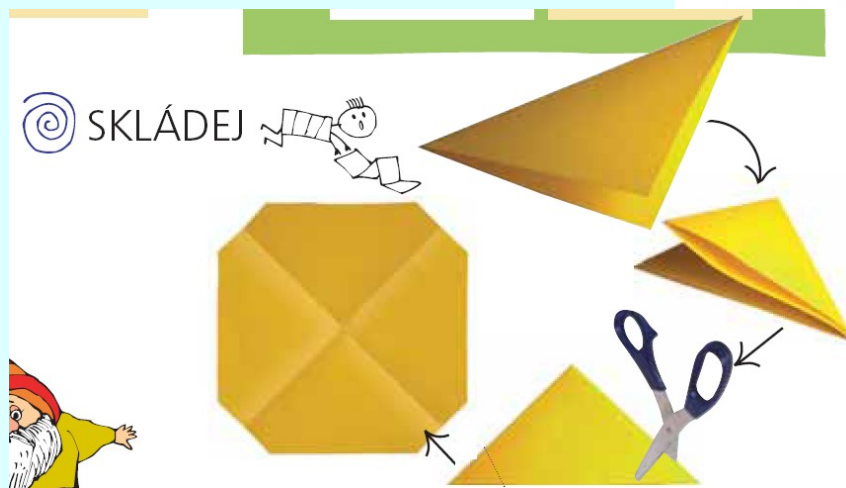
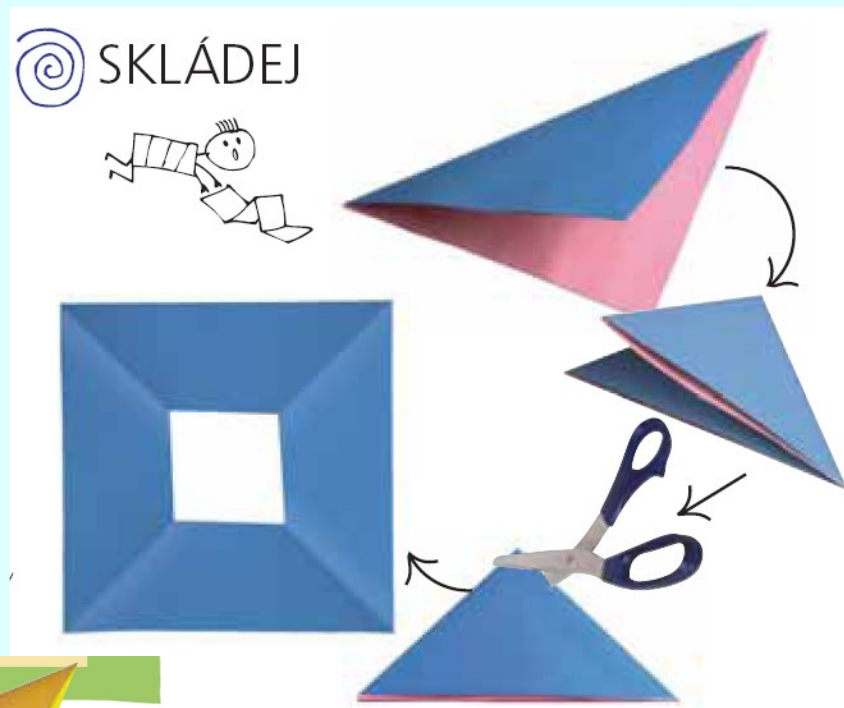


# Origami

M1/1d/s. 15, 17, 19

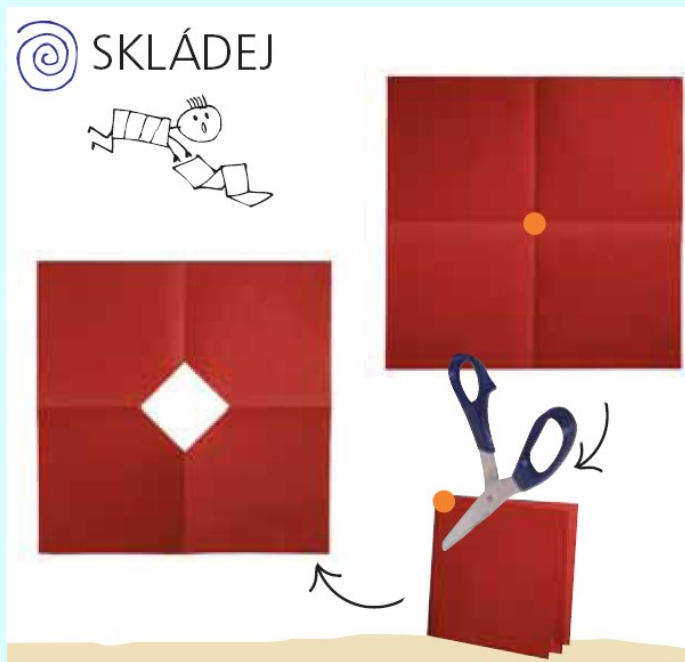


M1/1d/25, 26



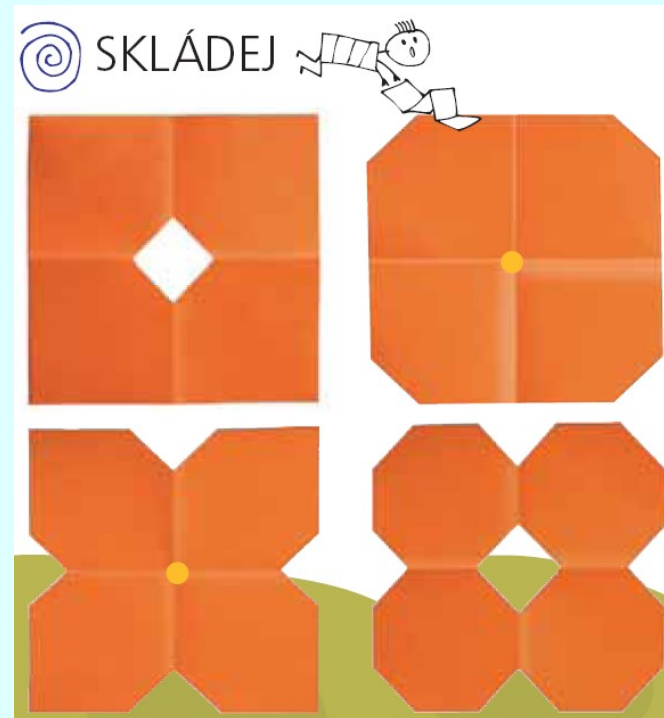
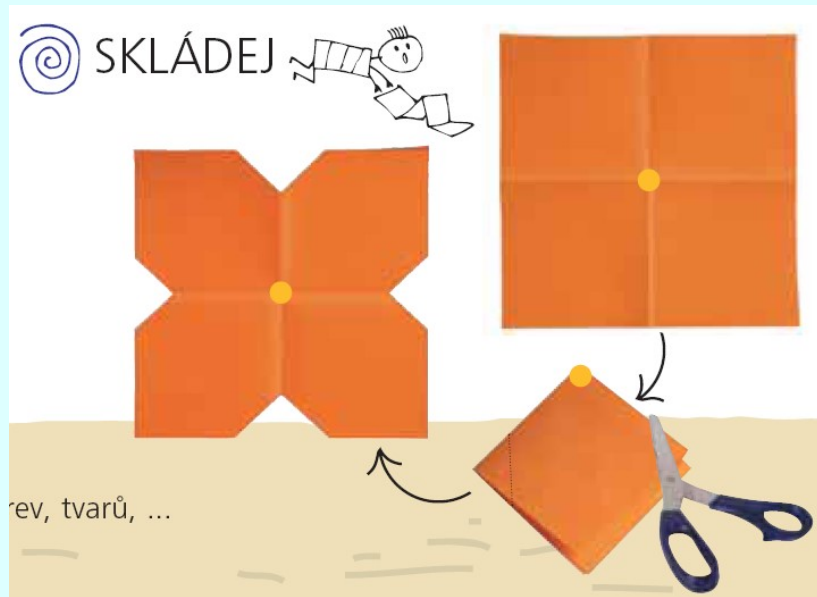
Proces → koncept

# M1/1d/31, 32

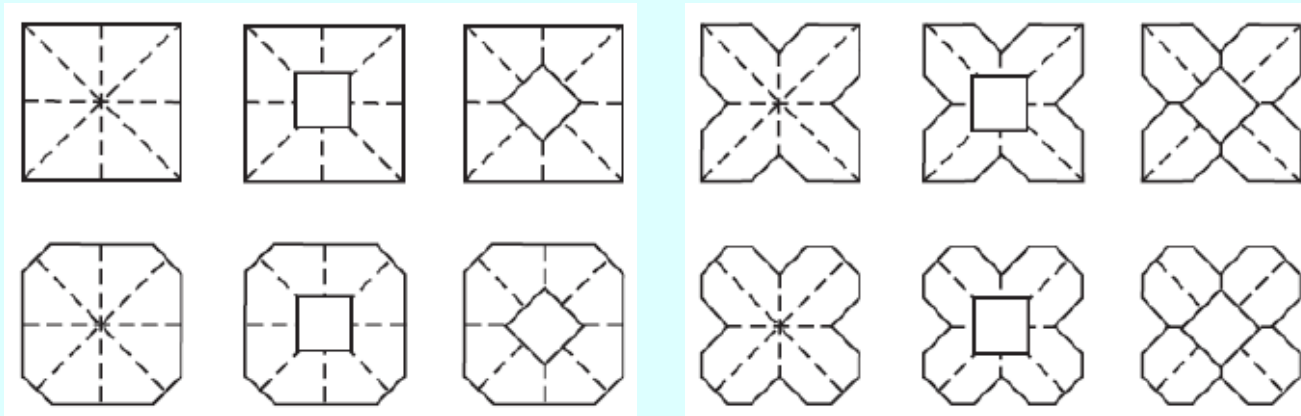




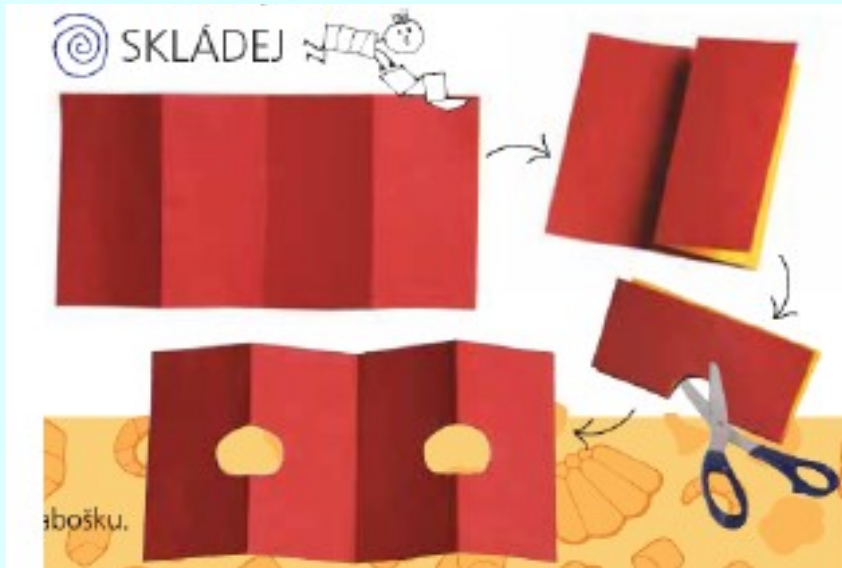
# M1/1d/33, 34



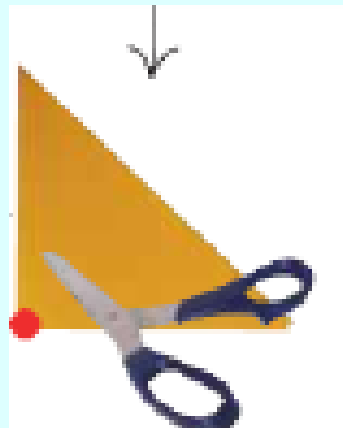
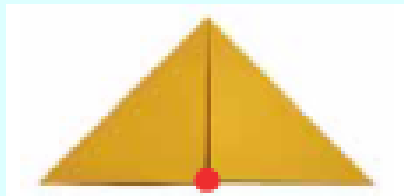
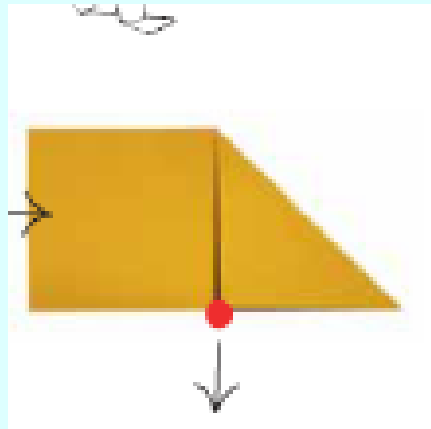
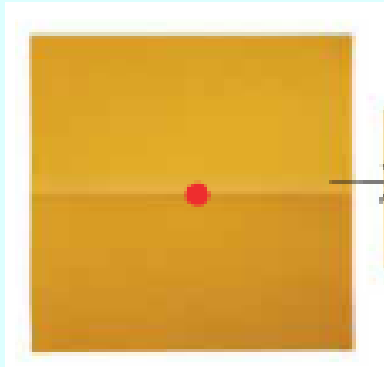
# Výstava deček



M1/1d/42



Koncept → proces



M1 – 2. díl, str. 9

🌀 Jak to udělat?



M1 – 2. díl, str. 12

🌀 Jak to udělat?



M1 – 2. díl, str. 18

🌀 Hra



Jak to udělat?

🌀 Jak to udělat?

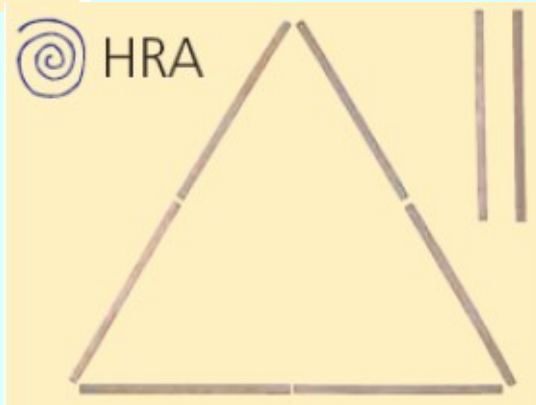


# DŘÍVKA

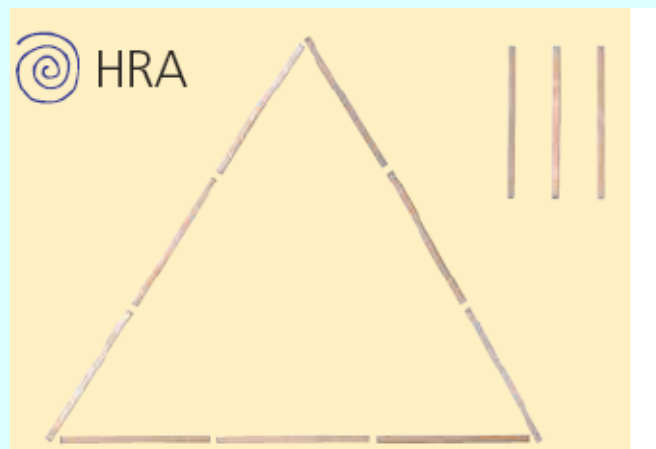
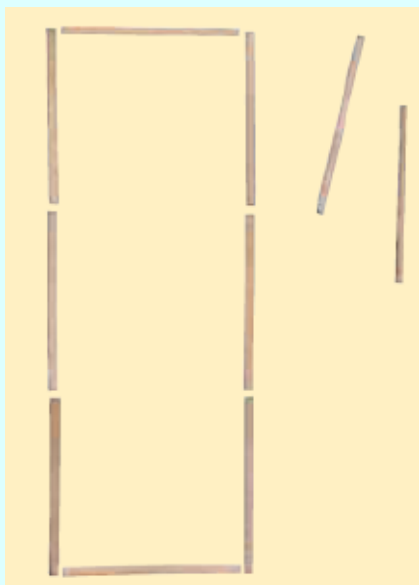
- Tvary
- Přeměny:
  - přemíst'ování
  - přidávání
  - ubírání
- Závislosti, pravidelnosti

# DŘÍVKA



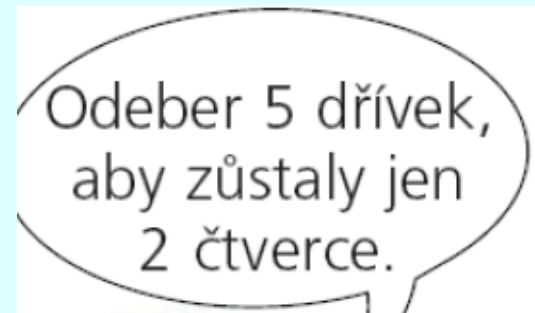
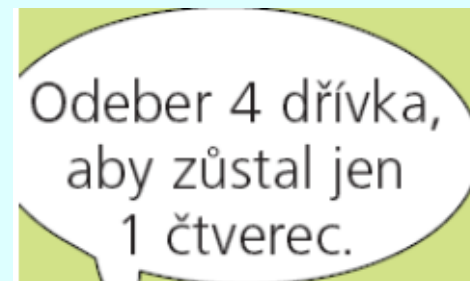
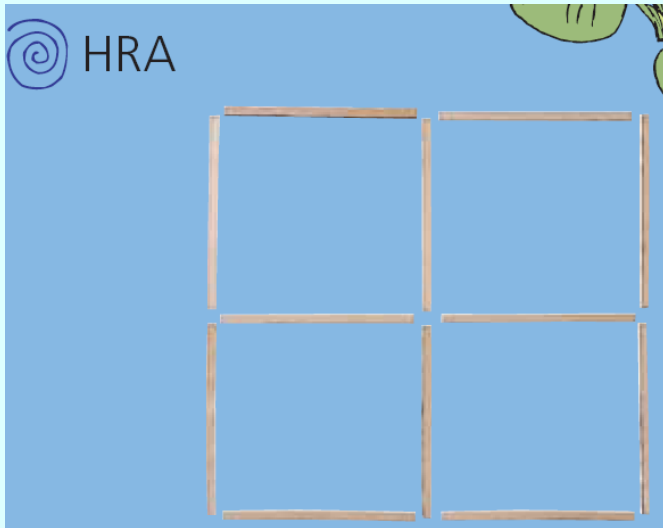






Evidence počtu trojúhelníků  
a počtu dřívěk (tabulka) -  
odhalování jednoduchých vazeb

# M1/2d/40, 41



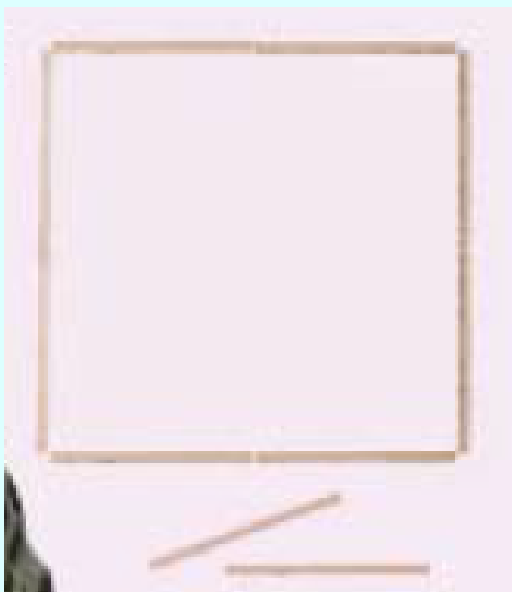


K vytvoření 3 oken potřebuji \_\_\_\_\_ dřívěk.

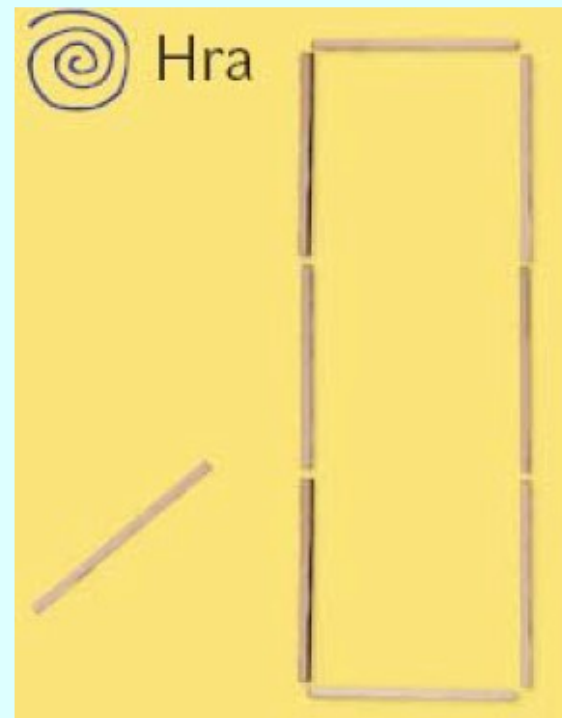
K vytvoření 4 oken potřebuji \_\_\_\_\_ dřívěk.

K vytvoření 5 oken potřebuji \_\_\_\_\_ dřívěk.

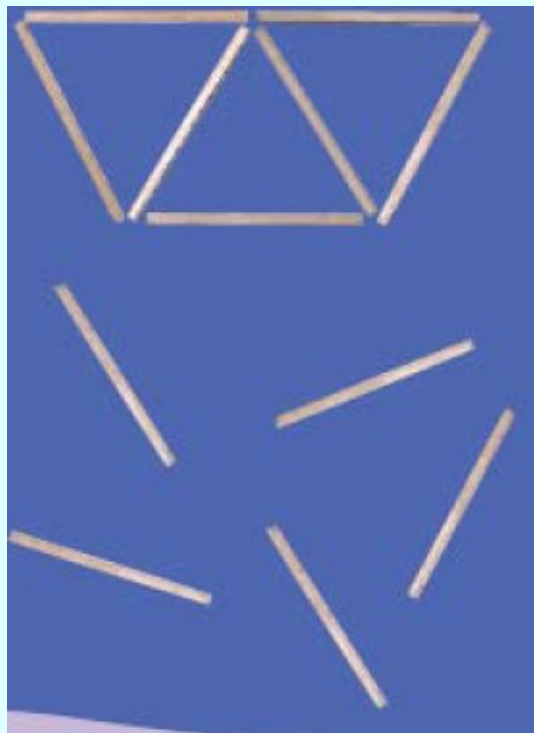
Zapiš do tabulky počet oken a počet dřívěk



Rozděl dvěma dřívky na poloviny. Vyznač dvěma dřívky čtvrtinu čtverce.



Odděl jedním dřívkem třetinu obdélníku.



Sestroj z 12 dřívěk 6 trojúhelníků.

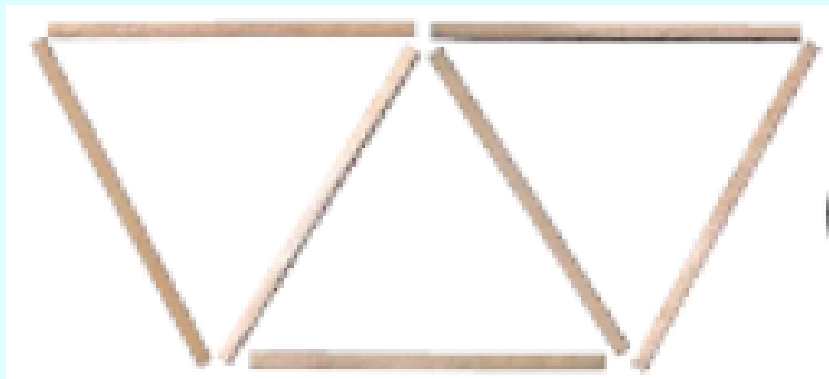


Vytvoř cimbuří se čtyřmi zuby.



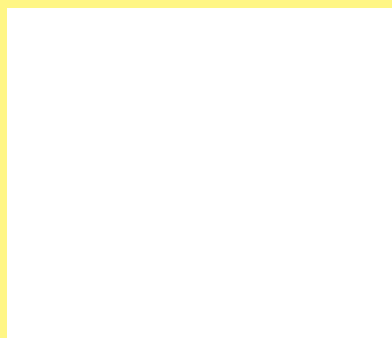
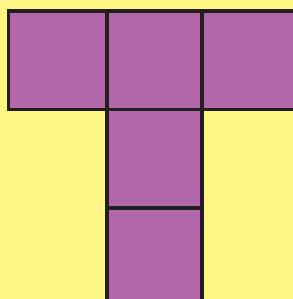
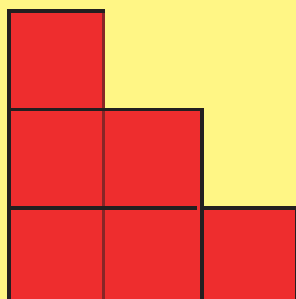
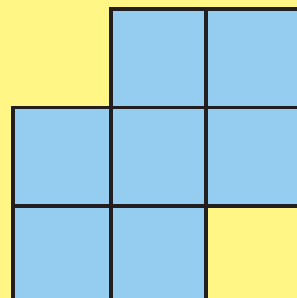
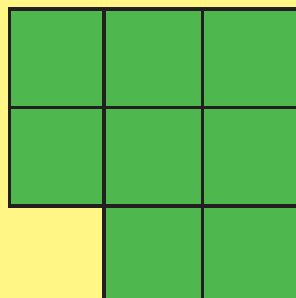
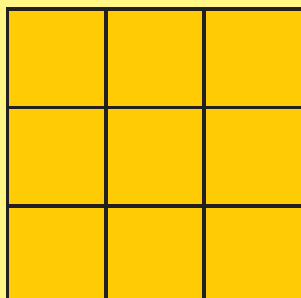
Doplň čísla do tabulky.

zubů	1	2	3	4	5	6	7
dřívěk	3	7					



- Kolik trojúhelníků, kolik čtyřúhelníků?
- Odeber 1 dř, aby zůstaly 1 trojúh a 2 čtyřúhel.
- - 2 tr a žádný čtyřú.
- - 2 tr a 1 čtyřú.
- Odeber 2 dř - 1 čtyřú, žádný troj
- Přelož 2 dř - 2 čtyř, 1 troj
- Přidej 2 dř. - 6 čtyř a 5 troj
- Přidej 1 a přesuň 1 - 3 trojú, 3 čtyřú

Vymodeluj pomocí dřevěk obvod těchto pěti obrazců.







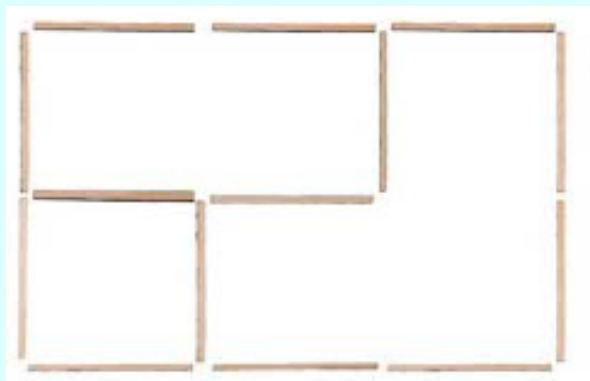
Z 12 dřívěk vytvoř obrazec  
s 5 čtverci.

Ze 17 dřívěk vytvoř obrazec  
s 8 čtverci.



Z 22 dřívěk vytvoř 11 čtverců,  
Z 24 dřívěk 14 čtverců





Zjisti, kolik čtverců a kolik obdélníků je v obrazci ze dřívek.

Přidej jedno dřívko tak, aby v novém obrazci byly:

a) dva čtverce; b) tři čtverce; c) čtyři čtverce.

Kolik je tam potom obdélníků?

**1** Délky stran modrého trojúhelníka jsou 3 dřívka, 2 dřívka a 2 dřívka. Jeho obvod je tedy 7 dřívek. Zjisti délky stran i obvod každého z trojúhelníků na obrázku.



# PARKETY

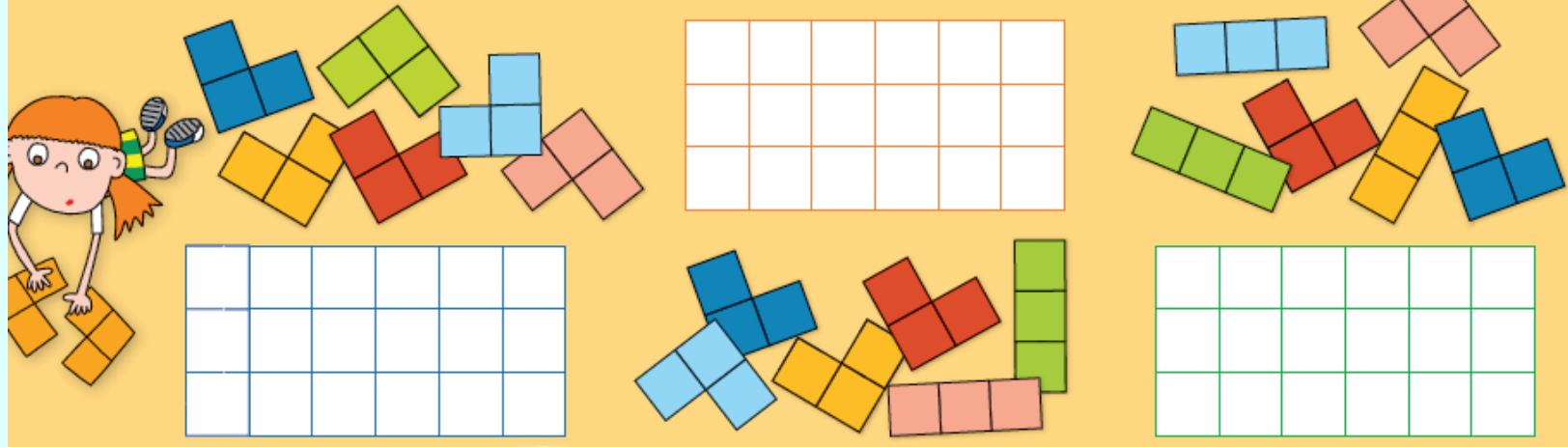
4 Pokryj čtverec co nejmenším počtem parket.

The board features two 3x3 grids on the left side. On the right side, there are several tiles with names:

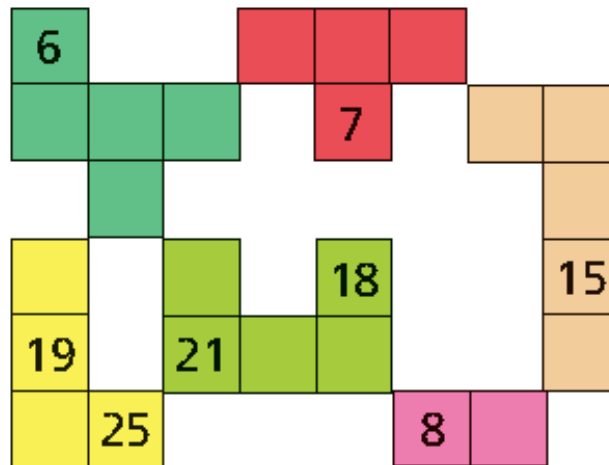
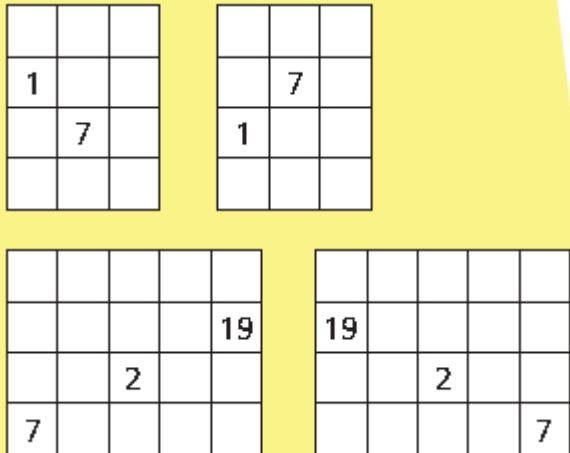
- MONO**: A green square.
- DUO**: A blue L-shaped tile (two squares in a row, one square below the left one).
- RŮŽEK**: A light green 2x2 square.
- ČTYŘKA**: A pink L-shaped tile (three squares in a vertical column, one square to the right of the bottom one).
- ŽIL**: A yellow 1x3 vertical bar.
- ELKO**: A pink 2x2 square with one square missing (two squares in a vertical column, one square to the left of the top one).
- ELKO**: A pink 3x1 vertical bar.

A cartoon girl with blonde pigtails, wearing a pink dress with white polka dots, stands on the left side of the board.

### 3 Pokryj podlahu parketami.



### 4 Dopln čísla do parket, pak z parket sestav očíslovaný čtverec.



1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

# Geodeska

**3** Igor hádá, který trojúhelník si Jana myslí.



Igor: „Je gumička napnutá na čtyřech hřebících?“

Jana: „Ano.“

Igor: „Má trojúhelník dvě strany stejně dlouhé?“

Jana: „Ne.“

Igor: „Pak to musí být \_\_\_\_\_ trojúhelník.“



Vytvoř postupně na své desce alespoň čtyři různé trojúhelníky a narýsuj je.



# Geodeska

**3** Igor hádá, který trojúhelník si Jana myslí.



Igor: „Je gumička napnutá na čtyřech hřebících?“

Jana: „Ano.“

Igor: „Má trojúhelník dvě strany stejně dlouhé?“

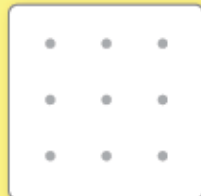
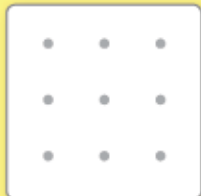
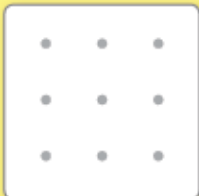
Jana: „Ne.“

Igor: „Pak to musí být \_\_\_\_\_ trojúhelník.“

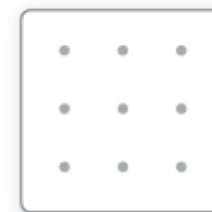
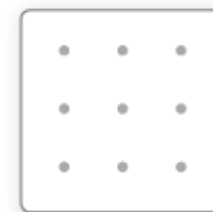
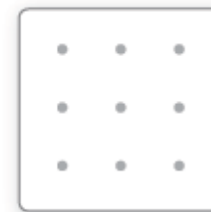


Vytvoř gumičkou na své desce a nakresli podle pravítka:

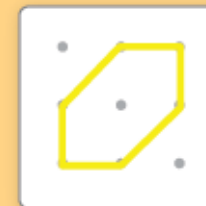
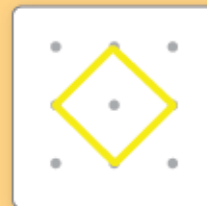
1. největší možný čtverec;
2. trojúhelník tak, aby gumička vedla přes 4 hřebíky;
3. trojúhelník tak, aby jeden hřebík ležel uvnitř;
4. trojúhelník tak, aby gumička vedla jenom přes 3 hřebíky.



**2** Vytvoř na své desce tvary a narýsuj je podle pravítka. Trojúhelníky vybarvi modře, čtyřúhelníky červeně, pětiúhelníky zeleně, šestiúhelníky žlutě a ostatní hnědě.

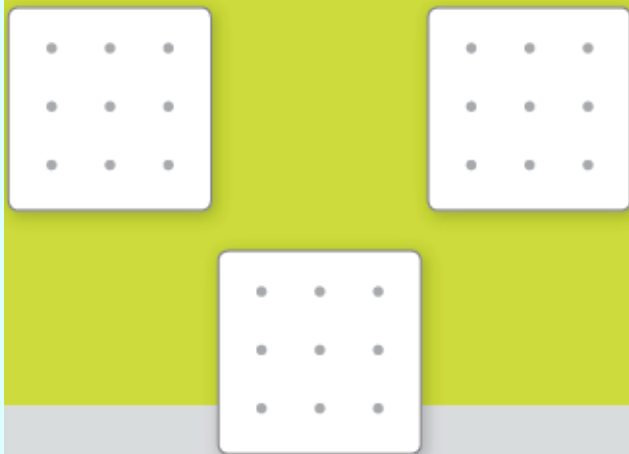


**3** Každý obrazec rozděl na dva stejné obrazce – modrý a zelený.

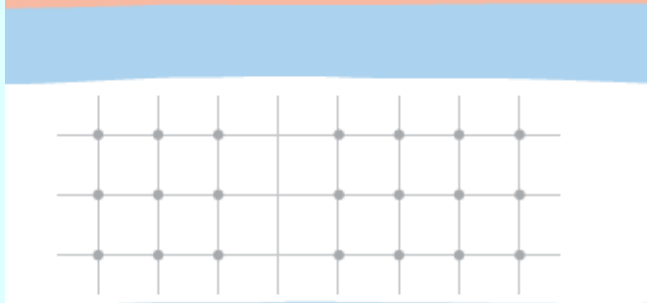




Vytvoř na desce žlutý a modrý trojúhelník tak, aby ve výsledku vznikl čtverec.



Vytvoř na své desce zelený čtverec a modrý obdélník tak, aby z nich vznikl žlutý šestiúhelník.



Sestav na desce: a) dva; b) tři; c) čtyři trojúhelníky. Pokaždé musí vzniknout trojúhelník.



🌀 Destičku rozděl na tři trojúhelníky: největší červený a dva menší – modrý a zelený.



3

Na **geodesce** opět vymodeluj trojúhelníky ABC a DEF ze cvičení 2 na str. 45.



Oba jsou rovnoramenné, neboť ABC má shodná ramena AB a BC.

DEF má shodná ramena DF a EF. Vymodeluj na geodesce další rovnoramenné trojúhelníky. Narýsuj je do čtvercové mříže a zapiš také pomocí šipek.

**Děkuji za pozornost**