

KOUZLA



- 5** Romana předvedla kouzlo. Řekla: *Mysli si číslo, přidej k němu 4, výsledek vynásob 6, odečti 12, vyděl 3, odečti 4. Řekni mi, co ti vyšlo, a já ti hned řeknu, které číslo si myslíš.* Jak to Romana uhodne?



- 3** Tadeáš nám předvedl počtařské kouzlo: *Mysli si dvě zrcadlová čísla, například 17 a 71. Najdi jejich rozdíl $71 - 17 = 54$, vyděl jej devíti $54 : 9 = 6$. Prozrad’ mi jedno z čísel, která sis myslel, a já ti ihned řeknu výsledek.* Ema řekla Tadeášovi číslo 39 a on okamžitě odpověděl, že výsledek je 6. Ema pak vypočítala $93 - 39 = 54$ a $54 : 9 = 6$. Tadeáš měl pravdu. Někdo řekl, že pokaždé vyjde 6. Jak je to dopravdy?



- 4** Vendelín, vynikající počtař, nám ukázal toto kouzlo. Řekl: *Mysli si číslo z druhé desítky. Vezmi číslo, které je hned před ním, i to hned za ním. Všechna tři čísla sečti a řekni mi výsledek. A já ti řeknu, které číslo sis myslel.* Mysleli jsme si číslo 13. Další dvě čísla byla 12 a 14, jejich součet byl 39. Ten jsme sdělili Vendelínovi. Vendelín odpověděl: *Mysleli jste si číslo 13.* Mirek nahlásil číslo 41. Vendelín mu oznámil: *Mirku, počítal jsi špatně.* Jak Vendelín počítal?



- 4** Vendelín vylepšil své kouzlo ze str. 48. Pravil: *Mysli si sudé číslo menší než 30. Najdi nejbližší sudé číslo, které je menší, a nejbližší sudé číslo větší. Tato tři čísla sečti a řekni mi výsledek. Já ti řeknu, které číslo sis myslel.*

Mysleli jsme si 26. Další dvě čísla byla 24 a 28, jejich součet byl 72. Ten jsme oznámili Vendelínovi. On nám po malé chvilce sdělil, že naše číslo bylo 26.



- Jak Vendelín počítal?
- 3** Ema přišla s kouzlem pro trojmístná zrcadlová čísla. Dávala instrukce a Jana s Mirkem počítali (i pomocí kalkulačky):



Ema řekla	Jana napsala	Mirek napsal
Napiš si trojmístné číslo.	215	765
Najdi k němu zrcadlové číslo.	512	567
Zjisti rozdíl těchto čísel.	$512 - 215 = 297$	$765 - 567 = 198$
Výsledek vyděl 9.	$297 : 9 = 33$	$198 : 9 = 22$
Výsledek vyděl 11.	$33 : 11 = 3$	$22 : 11 = 2$

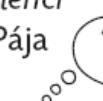


Ted Ema řekla: *Řekni mi myšlené číslo a já ti hned povím výsledek.* Jana řekla 215 a Ema ihned sdělila výsledek 3. Mirek řekl 765 a Ema oznámila výsledek 2.

- a) Výpočet Emu proved' pro čísla 451, 174, 356.
b) Najdi číslo, pro které je výsledek větší než 3.



- 4** Lea objevila počtařský trik: *Když vyřeším jednu úlohu na dělení se zbytkem, například $17 : 5 = 3$ (2), lehce z ní vytvořím úlohu jinou. Stačí jen, když k dělenci 17 i ke zbytku 2 přičtu číslo 1. Dostanu $18 : 5 = 3$ (3).* Vilmě se trik líbil, ale Pája tvrdil, že to někdy neplatí. Měl Pája pravdu?



- 2** Tadeáš vylepšil své kouzlo pro trojmístná zrcadlová čísla, které předváděl ve třetí třídě. Dával spolužákům tyto pokyny:

„Napište si jakékoli trojciferné číslo, ale takové, aby číslice v řádu stovek byla alespoň o 2 vyšší než číslice v řádu jednotek.“



Odečtěte od něho zrcadlové číslo (číslo s obráceným pořadím číslic). Rozdíl zapište.

Rozdíl napište opět jako zrcadlové číslo. Rozdíl a zrcadlový rozdíl sečtěte.“

Jaký je součet? Vyzkoušej pro jiná čísla.

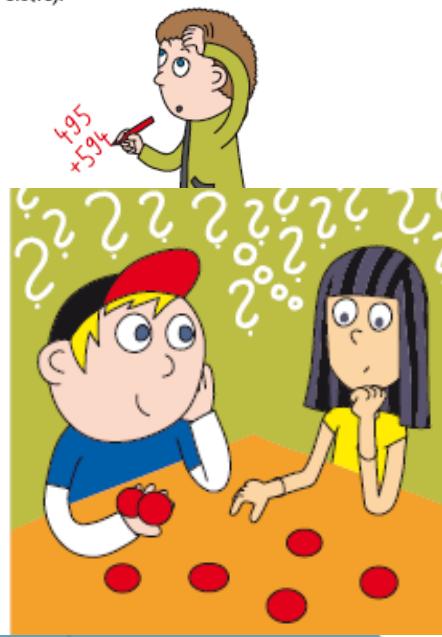
23 Hra NIM.



Na hromádce je 7 kamenů. Z nich Arnošt a Běla střídavě odebírají jeden nebo dva kameny. Kdo si vezme poslední kámen, vyhrál.

Průběh hry:

Arnošt odebral 2 kameny a na hromádce jich zůstalo 5. Běla odebrala též 2 kameny a na hromádce pak zůstaly 3. Arnošt odebral 1 kámen, ale už věděl, že prohrál, protože na hromádce zůstaly 2 kameny a ty Běla vzala a vyhrála.



- 18** Převozník má převézt přes řeku vlka, kozu a zelď. Do člunu se mu vejde pouze jedna z těchto věcí. Nesmí přitom bez dozoru nechat na žádném břehu V a K, neboť by vlk kozu sežral. Nesmí nechat ani K a Z, protože koza by sežrala zelď. Jak má převážet?



- 18** Součet tří **žlutých** čísel v levé součtové tabulce je 25. Stejně i součet tří **zelených** i tří **modrých** čísel.

Pokus se vytvořit podobnou vlastní tabulku z čísel do 10.

+	2	7	3
8	10	15	11
1	3	8	4
4	6	11	7

+	311	782	606
529			
498			
274			

Pak zjistí, zda stejná vlastnost platí i pro tabulku trojmístných čísel.
Opět se pokus vytvořit vlastní podobnou tabulku.

Biland a ciferník



Základním stavebním kamenem mozku je neuron. Je to buňka, která buď spí, nebo bdí. Obrovské množství těchto buněk (u člověka asi 50–100 miliard) je propojeno 1 000násobně větším množstvím drátů. Tento velice složitý systém nám umožňuje vnímat, mluvit, hýbat se i řešit matematické úlohy.

Podobně pracují i počítače. I zde je propojeno mnoho buněk a každá v každém okamžiku buď spí, tzn. neprochází jí proud (to kódujeme číslicí 0), nebo bdí, tzn. proud jí prochází (to kódujeme číslicí 1).

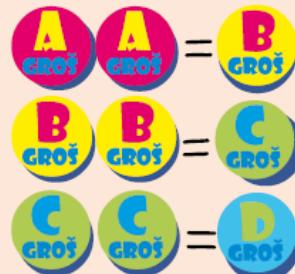
Pomocí dvou takových buněk můžeme kódovat čtyři čísla 0, 1, 2 a 3:
číslo 0 = kód 00; číslo 1 = kód 01; číslo 2 = kód 10; číslo 3 = kód 11.

Když máme pět takových buněk, můžeme kódovat čísla od 0 do 31:

číslo	Jeho kód						
0	00000	8	01000	16	10000	24	11000
1	00001	9	01001	17	10001	25	11001
2	00010	10	01010	18	10010	26	11010
3	00011	11	01011	19	10011	27	11011
4	00100	12	01100	20	10100	28	11100
5	00101	13	01101	21	10101	29	11101
6	00110	14	01110	22	10110	30	11110
7	00111	15	01111	23	10111	31	11111

S tímto způsobem zápisu čísla, kterému říkáme dvojková soustava, jsme se setkali v pomyslné krajině Biland.

Tam se platí groši. Nejmenší hodnotu má A-groš, za dva A-groše je jeden B-groš, za dva B-groše jeden C-groš, ..., za dva K-groše jeden L-groš, ... Například hodnotu 10 A-grošů lze platit jako D-groš + B-groš a hodnotu 25 A-grošů lze platit jako E-groš + D-groš + A-groš. Marek řekl, že to lze vyčít z horní tabulky.



1 Jak Marek dokáže vyčít z horní tabulky uvedené dva vztahy?

2 Vypočítej bilandsky, tedy ve dvojkové soustavě.



$$\begin{aligned}101 + 1 \\111 + 10 \\110 - 1 \\1001 - 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10010 - 1001 \\1 + 10 + 100 \\101 - 1 + 10 \\11 + 11 + 11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10101 - 1001 + 110 \\1111 + 1111 + 111 \\10000 - 111 - 1111 \\110011 + 101010 + 1\end{aligned}$$

- 3** Radim přinesl do třídy čtyři kouzelné kartičky. Pomocí nich uhodl, na které číslo si někdo myslí. Jako první si mysla paní učitelka a za Radimovými zády na prstech ukázala třídě číslo 9. Pak se Radim zeptal, kterými barvami je myšlené číslo obarveno. Paní učitelka řekla, že žlutou a zelenou. Radim ihned řekl, že si mysla číslo 9. Pak si i žáci mysleli svá čísla a Radim pokaždé uhodl správně.

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

žlutá Ž

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

modrá M

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

hnědá H

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15

zelená Z

Uhodni, které číslo si myslím. V tabulce je obarveno:

- a) Ž + M; b) M + Z; c) Ž; d) M; e) H;
 f) Z; g) M + H; h) Ž + H; i) Ž + Z.

- 4** Najdi všechna čísla od 0 do 15, která jsou obarvena jen jedinou barvou.
 Napiš tato čísla bilandsky.

- 5** Najdi všechna čísla od 0 do 15, která jsou obarvena právě dvěma barvami.
 Napiš tato čísla bilandsky.

- 6** Najdi všechna čísla od 0 do 15, která jsou obarvena právě třemi barvami.
 Napiš tato čísla bilandsky.

- 7** * Vysvětli Radimovo kouzlo. Jak je možné z toho, že mi někdo řekne, kterými barvami je jeho myšlené číslo obarveno, určit skoro okamžitě, jaké je to číslo?

- 8** * Vytvoř sadu pěti barevných karet, pomocí kterých lze způsobem Radimova kouzla rychle uhodnout každé z čísel od 0 do 31.

- 9** Čísla 1, 10, 100, 1000, ..., tedy čísla, ve kterých je jediná číslice 1 a pak již jenom nuly, nazývají Bilandáné základní čísla.

Číslo 6 se dá zapsat jako součet dvou základních bilanských čísel: $100 + 10$.

Číslo 7 se dá zapsat jako rozdíl dvou základních bilanských čísel: $1000 - 1$.

Která z čísel 1 až 30 se nedají zapsat jako součet nebo rozdíl dvou základních bilanských čísel?



- 10** Hodiny ukazují 11 hodin. Za dvě hodiny bude 1 hodina. V této ciferníkové aritmetice platí $11 + 2 = 1$, což můžeme zapsat i $1 - 2 = 11$. Vypočítej v ciferníkové aritmetice.

$$8 + 7$$

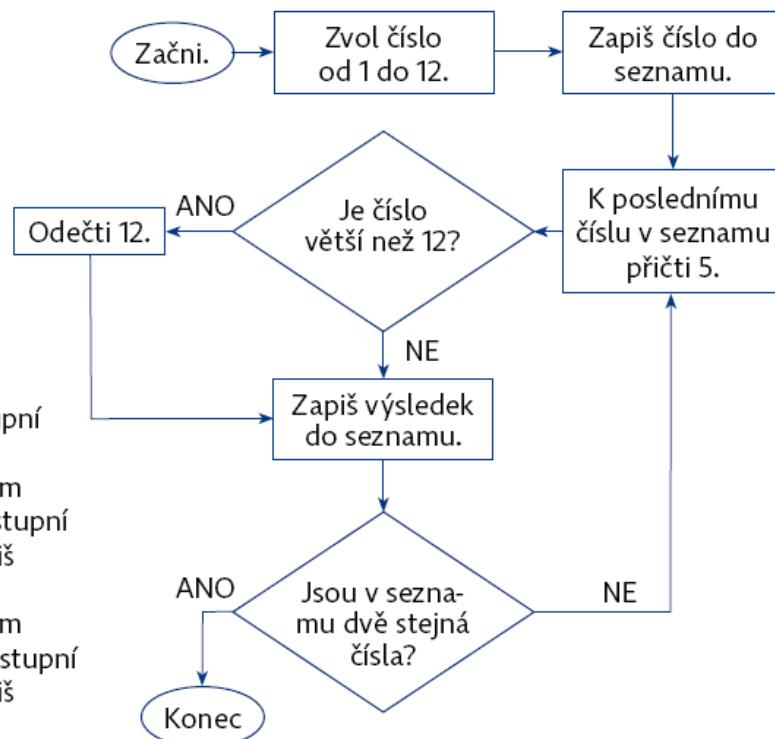
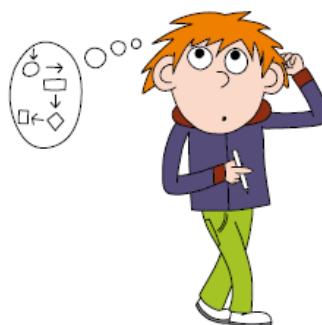
$$3 + 5$$

$$5 - 3$$

$$3 - 5$$

$$3 + 12$$

- 11** Jan začal řešit vývojový diagram, ve kterém se pracuje s ciferníkovou aritmetikou. Práci nedokončil. V seznamu měl zapsáno 4, 9, 2, ...



- a) Dokonči Janův seznam.
- b) Vyřeš úlohu pro jiné vstupní číslo.
- c) Změň číslo 5 ve vývojovém diagramu na číslo 7, za vstupní číslo zvol 4 nebo 5 a napiš seznam.
- d) Změň číslo 5 ve vývojovém diagramu na číslo 11, za vstupní číslo zvol 4 nebo 5 a napiš seznam.

- 12** Vyřeš rovnice v ciferníkové aritmetice.

$$x + 4 = 5$$

$$x - 9 = 3$$

$$x - 9 = 4$$

$$5 - x = 2$$

$$2x + 1 = 9$$

$$2x - 3 = 7$$

$$2x + 12 = 2$$

$$2x + 1 = 8$$

$$3x + 2 = 5$$

$$3x - 3 = 3$$

$$3x + 4 = 1$$

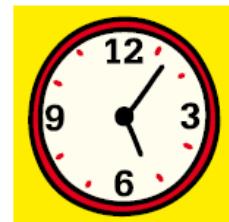
$$3x + 1 = 12$$

$$4x - 1 = 11$$

$$4x + 1 = 5$$

$$4x - 3 = 5$$

$$4x + 2 = 3$$



- 13** Zde vidíme kousek tabulky ciferníkové násobilky. V pracovním sešitu 2 na straně 9 je připravena tabulka k doplnění. Vyplň ji.

- 14** Pokračuj v ciferníkové řadě čísel 1, 3, 6, 10, 3, 9, 4, 12, 9, 7, ... tak dlouho, až se v ní objeví počtvrté číslo 12. Řada je tvořena postupným přičítáním čísel 1, 2, 3, 4, ...

	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	3
4	4	8	12	4	8

58 ZÁKONITOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

- 22** Trpaslíci si rozdělili den na 7 hodin. Ciferník jejich hodin měl jen 7 čísel.

V jejich ciferníkové aritmetice platí, že:

$$6 + 2 = 1; 5 + 4 = 2; 1 - 2 = 6.$$

Napiš tabulku násobilky pro ciferníkovou aritmetiku trpaslíků.

Vennův diagram



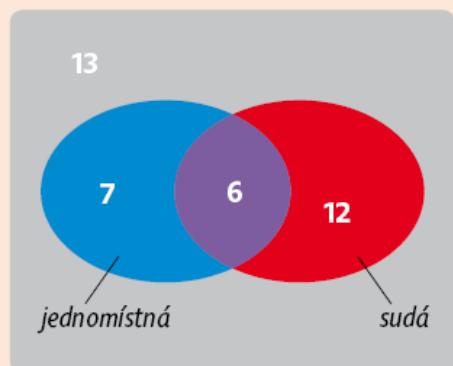
Na obrázku je **Vennův diagram**.

Do něj jsou vložena čísla 6, 7, 12 a 13. Číslo 6 je sudé a jednomístné, proto je ve fialové oblasti, která je **průnikem** obou oválů.

Číslo 7 je jednomístné a není sudé, proto je zapsáno v modré oblasti.

Číslo 12 je sudé a není jednomístné, proto je zapsáno v červené oblasti.

Číslo 13 není ani sudé, ani jednomístné, proto je zapsáno v šedivé oblasti, mimo oba ovály.

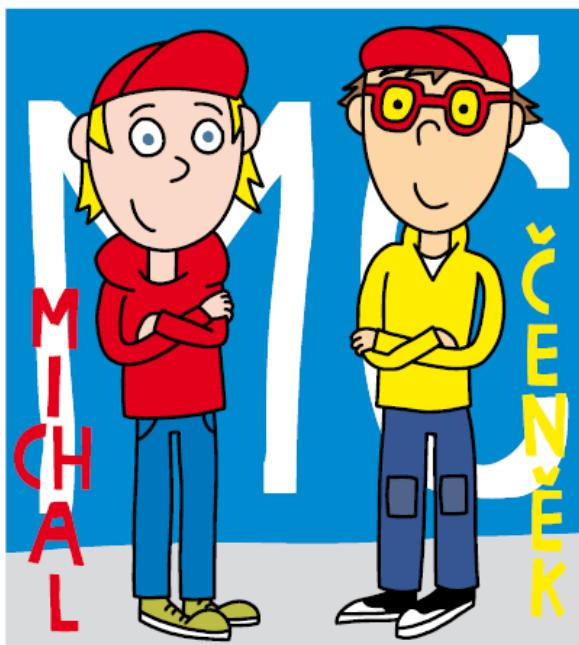


- 1 Překresli horní diagram a vlož do něj čísla 8, 9, 10, 11.
- 2 Překresli diagram z horního obrázku. K červenému oválu napiš ČENĚK, k modrému MICHAL. Do červené oblasti diagramu zapiš věci, které má Čeněk, ale nemá Michal. Do modré věci, které má Michal, ale nemá Čeněk. Do fialové zapiš věci, které mají oba dva. Do šedivé, které nemá ani Michal, ani Čeněk.

Seznam věcí, které máš zapsat:

zelené tenisky (ZT), černé tenisky (ČT), modré kalhoty (MK), žluté kalhoty (ŽK), žlutá mikina (ŽM), červená mikina (ČM), červená čepice (ČČ).

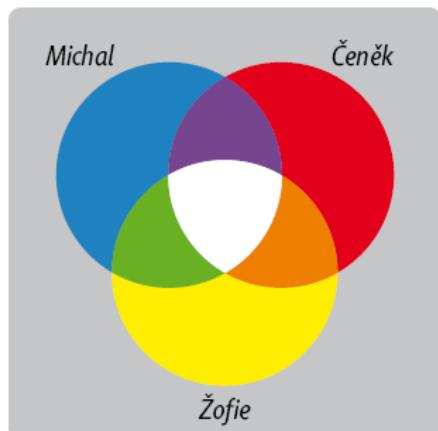
- 3 Překresli diagram z horního obrázku. K modrému oválu napiš PĚTIPÍSMENNÁ SLOVA a k červenému PODSTATNÁ JMÉNA. Do diagramu zapiš těchto šest slov: kočka, modrá, pravítko, matematika, krásný, brýle.
- 4 Do diagramu ze cvičení 3 dopiš dalších šest slov tak, aby v každé jeho oblasti byl stejný počet slov.



- 5** Vennův diagram utvořený ze tří kruhů dělí čtverec na osm oblastí. Vyjmenuj je podle barev.

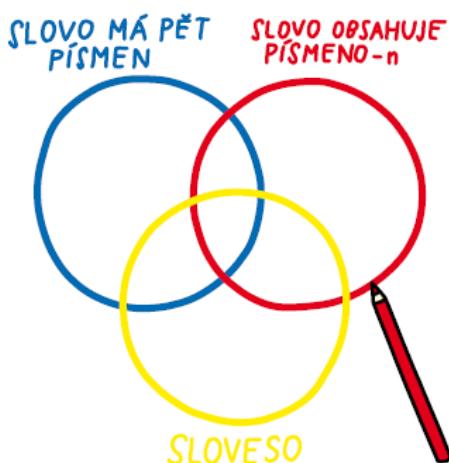
Diagram překresli. Pak do něj vlož sedm věcí z cvičení 2: ZT, ČT, MK, ŽK, ŽM, ČM a ČČ.

Nakonec vlož i hnědé kalhoty (HK), které má na sobě Žofie.



- 6** Překresli diagram ze cvičení 5. K modrému kruhu napiš SLOVO MÁ PĚT PÍSMEN, ke žlutému SLOVESO a k červenému SLOVO OBSAHUJE PÍSMENO – n.

Do diagramu vlož těchto deset slov:
kočka, modrá, běhat, pravítka, vynášet,
matematika, krásný, snaha, brýle, nosit.



- 7** Dopiš do diagramu ze cvičení 6 další slova tak, aby v každé jeho oblasti byl stejný počet slov.

- 8** Překresli diagram ze cvičení 5. K modrému kruhu napiš DĚLITELNÉ TŘEMI, k červenému DĚLITELNÉ PĚTI a ke žlutému TROJMÍSTNÉ.

Do diagramu vlož těchto osm čísel 25, 345, 346, 58, 64, 255, 30, 426.

- 9** Doplň do diagramu ze cvičení 8 další čísla tak, aby v každé jeho oblasti byl stejný počet čísel.

- 10** Vytvoř podobnou úlohu. Nejprve použij diagram se dvěma kruhy, pak diagram se třemi kruhy.

Řady

- 1 Z obrázku vidíme, proč se číslům 1, 4, 9, 16, ... říká **čtvercová**.



První čtyři čtvercová čísla známe.
Které bude páté čtvercové číslo? A které šesté?
Nakresli k těmto číslům obrázky.



- 2 K Napiš prvních patnáct čtvercových čísel.
Zjisti dvacáté čtvercové číslo.
Řekni, jak jsi dvacáté číslo hledal.

- 3 Číslům 1, 3, 6, 10, 15, ... říkáme čísla **trojúhelníková**.
Nakresli obrázek k šestému, sedmému a osmému trojúhelníkovému číslu.



- 4 K Napiš prvních patnáct trojúhelníkových čísel. Zjisti dvacáté trojúhelníkové číslo.
Řekni, jak jsi dvacáté číslo hledal.

- 5 K Zjisti, jak se v řadě a) čtvercových, b) trojúhelníkových čísel střídají lichá a sudá čísla.

- 6 K Laura tvrdí, že každé sudé čtvercové číslo je dělitelné čtyřmi. Má pravdu?

- 7 K Kim tvrdí, že součet dvou po sobě jdoucích trojúhelníkových čísel je číslo čtvercové.
Má pravdu?



- 8 K Je pravda, že součet několika prvních přirozených čísel je vždy číslo trojúhelníkové?
Pro $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ to platí.
Ale platí to vždy?

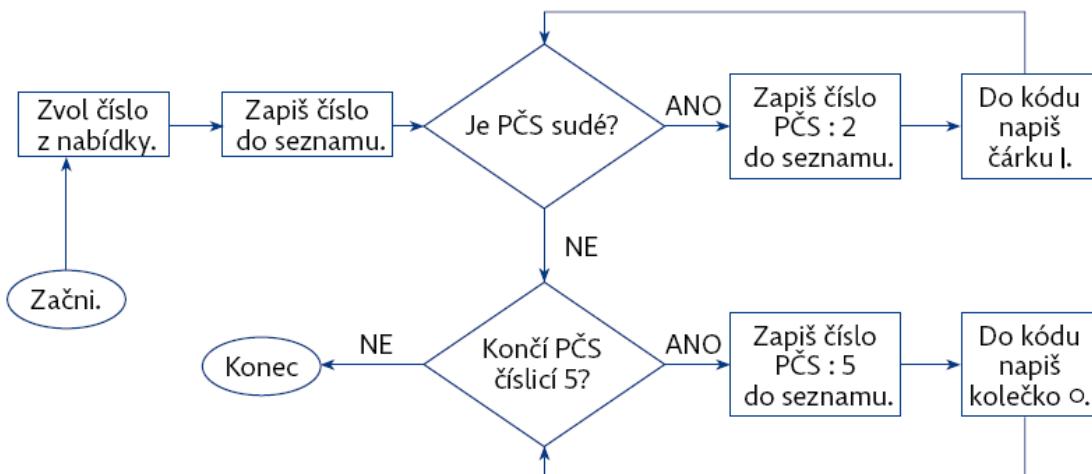
- 9 K Je pravda, že součet několika prvních lichých čísel je vždy číslo čtvercové?
Pro $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ to platí. Ale platí to vždy?

- 10** Mirek řešil vývojový diagram. Z nabídky zvolil číslo 80 a zapsal je do seznamu. Měl rozhodnout, zda poslední číslo seznamu (PČS) je sudé. Zjistil, že je sudé. Vydělil je tedy 2. Dostal 40. To zapsal do seznamu. Do kódu napsal čárku. Práci však nedokončil. Udělej to za něj.

Nabídka: 16, 20, 25, 32, 40, 64, 80, 100, 125, 128, 160, 320, 400, 500.

Seznam: 80, 40, _____

Kód: | _____



- 11** Vyřeš vývojový diagram pro čísla:

- a) 100; b) 32; c) 125; d) 128.

- 12** Zjisti, jaký mi vyšel kód, když můj seznam byl:

- a) 125, 25, 5, 1;
b) 160, 80, 40, 20, 10, 5, 1.

Zkoušel jsem další čísla, která nejsou v nabídce. U jednoho z nich, které bylo větší než 100, ale menší než 150, mi vyšel kód ||O.
Víš, jaké číslo jsem zvolil?

- 13** Zjisti, které číslo jsem zvolil, když mi vyšel kód:

- a) ||O; b) |OO; c) ||OO;

- 14** K * Najdi jednoduché pravidlo, jak ze známého kódu zjistíš zvolené číslo.

- 15** Zvídavý Radim zvolil na začátku číslo 300, které není v nabídce.

Jaký seznam a kód mu vyšel?

